

5. Tutorium - 31.5.

1. Ultra-relativistisches Gas

Ein ultra-relativistisches Gas ununterscheidbarer Teilchen in einem Behälter mit Volumen V ist in Kontakt mit einem Wärmebad. Die Energie-Impuls-Relation für ein Teilchen ist $e = c|\vec{p}|$.

- Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme.
- Berechnen Sie die Entropie, die mittlere Energie und den Druck.

2. Ideales Gas im Gleichgewicht mit adsorbierten Teilchen auf einer Oberfläche

- Betrachten Sie ein ideales Gas bestehend aus N Teilchen der Masse m in einem Volumen V bei Temperatur T . Berechnen Sie das chemische Potential μ . Hinweis: Starten Sie von der kanonischen Zustandssumme und verwenden Sie die Stirling Formel für $\ln N!$.
- Ein Teil des Gases, Teilchenzahl N_a , ist auf der Oberfläche A des Volumens adsorbiert. Die Energie eines adsorbierten Teilchens ist $e = \frac{|\vec{p}|^2}{2m} - e_0$, wobei $\vec{p} = (p_x, p_y)$ und e_0 die Oberflächenbindungsenergie pro Teilchen ist. Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme des zwei-dimensionalen adsorbierten Gases sowie sein chemische Potential.
- Bei der Temperatur T sind die Teilchen auf der Oberfläche im thermodynamischen Gleichgewicht mit dem eingeschlossenen drei-dimensionalen Gas. Welche Beziehung für die chemischen Potential μ folgt daraus? Verwenden Sie diese Beziehung um die mittlere Teilchenzahl pro Fläche auf der Oberfläche, also $n = N_a/A$, als Funktion von T und der Dichte N/V zu bestimmen.

3. Ideales Gas im Schwerfeld

In 2. Beispiel vom 4. Tutorium wurde gezeigt, dass für das ideale Gas im Schwerfeld in drei Dimensionen für die kalorische Zustandsgleichung gilt: $E = \frac{5N}{2}k_B T$. Zeigen Sie diese Beziehung mit Hilfe des Virialtheorems.

4. Wärmekapazität

Die Wärmekapazität bei konstantem Volumen eines Systems mit mittlerer Energie $\langle E \rangle$ ist gegeben durch $C_V = \frac{\partial \langle E \rangle}{\partial T}|_{V,N}$. Verwenden Sie das kanonische Ensemble des Systems um zu zeigen, dass allgemein gilt

$$C_V = \frac{1}{k_B T^2} \langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle.$$