

## 5. Tutorium - 31.5.

### 1. Ultra-relativistisches Gas

Ein ultra-relativistisches Gas ununterscheidbarer Teilchen in einem Behälter mit Volumen  $V$  ist in Kontakt mit einem Wärmebad. Die Energie-Impuls-Relation für ein Teilchen ist  $e = c|\vec{p}|$ .

- Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme.
- Berechnen Sie die Entropie, die mittlere Energie und den Druck.

### 2. Ideales Gas im Gleichgewicht mit adsorbierten Teilchen auf einer Oberfläche

- Betrachten Sie ein ideales Gas bestehend aus  $N$  Teilchen der Masse  $m$  in einem Volumen  $V$  bei Temperatur  $T$ . Berechnen Sie das chemische Potential  $\mu$ . Hinweis: Starten Sie von der kanonischen Zustandssumme und verwenden Sie die Stirling Formel für  $\ln N!$ .
- Ein Teil des Gases, Teilchenzahl  $N_a$ , ist auf der Oberfläche  $A$  des Volumens adsorbiert. Die Energie eines adsorbierten Teilchens ist  $e = \frac{|\vec{p}|^2}{2m} - e_0$ , wobei  $\vec{p} = (p_x, p_y)$  und  $e_0$  die Oberflächenbindungsenergie pro Teilchen ist. Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme des zwei-dimensionalen adsorbierten Gases sowie sein chemische Potential.
- Bei der Temperatur  $T$  sind die Teilchen auf der Oberfläche im thermodynamischen Gleichgewicht mit dem eingeschlossenen drei-dimensionalen Gas. Welche Beziehung für die chemischen Potential  $\mu$  folgt daraus? Verwenden Sie diese Beziehung um die mittlere Teilchenzahl pro Fläche auf der Oberfläche, also  $n = N_a/A$ , als Funktion von  $T$  und der Dichte  $N/V$  zu bestimmen.

### 3. Ideales Gas im Schwerfeld

In 2. Beispiel vom 4. Tutorium wurde gezeigt, dass für das ideale Gas im Schwerfeld in drei Dimensionen für die kalorische Zustandsgleichung gilt:  $E = \frac{5N}{2}k_B T$ . Zeigen Sie diese Beziehung mit Hilfe des Virialtheorems.

### 4. Wärmekapazität

Die Wärmekapazität bei konstantem Volumen eines Systems mit mittlerer Energie  $\langle E \rangle$  ist gegeben durch  $C_V = \frac{\partial \langle E \rangle}{\partial T}|_{V,N}$ . Verwenden Sie das kanonische Ensemble des Systems um zu zeigen, dass allgemein gilt

$$C_V = \frac{1}{k_B T^2} \langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle.$$