

2. Tutorium - Statistische Physik I - 28.03.2014

5. Eine diskrete Zufallsvariable ergebe mit Wahrscheinlichkeit p das Ergebnis 1, und mit Wahrscheinlichkeit $q = 1 - p$ das Ergebnis 0. Die Wahrscheinlichkeit $P(k)$, bei n Würfeln dieser Zufallsvariable k mal das Ergebnis 1 zu erhalten ist durch die Binomialverteilung gegeben,

$$P(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}. \quad (1)$$

- (a) Betrachten Sie $P(k)$ im Limes $p \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$, $pn = \lambda$. Zeigen Sie, dass sich die Poissonverteilung $P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ergibt.
- (b) Beweisen Sie die korrekte Normierung der Poissonverteilung.
- (c) Berechnen Sie den Erwartungswert der Poissonverteilung.
- (d) Berechnen Sie die Varianz der Poissonverteilung.
6. Betrachten Sie den Hamiltonoperator des folgenden Systems mit :

$$\mathcal{H}(\theta, p) = \frac{p^2}{2m} + mgR \sin \theta \quad (2)$$

- (a) Um welches System handelt es sich?
- (b) Geben Sie den Phasenraum Γ an.
- (c) Skizzieren Sie in Γ für einen kleinen ($E_1 \ll 2mgR$) und einen sehr großen Energiewert ($E_2 \gg 2mgR$) jene Kurven, für die $E = \text{const}$.
7. Sei $\beta_P = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ der thermische Ausdehnungskoeffizient und $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ die isotherme Kompressibilität. Zeigen Sie:

(a)

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{\beta_P}{\kappa_T} \quad (3)$$

(b)

$$\left(\frac{\partial \beta_P}{\partial P} \right)_T = - \left(\frac{\partial \kappa_T}{\partial T} \right)_P \quad (4)$$

8. Betrachten Sie ein System von $N \gg 1$ nicht wechselwirkenden Oszillatoren,

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x_i^2. \quad (5)$$

- (a) Geben Sie den Phasenraum Γ an. Wie viele Dimensionen hat er?
- (b) Angenommen das gesamte System besitzt die Energie E . Welche geometrische Form nehmen die Punkte im Phasenraum, die mit diesem Makrozustand kompatibel sind, an?
- (c) Berechnen Sie das zur Verfügung stehende Phasenraumvolumen eines Systems mit Energie $E \in [E_F, E_F + \Delta E]$, mit $\Delta E \ll E$.

Zu kreuzen: 5ab,5cd,6ab,6c,7,8ab,8c