

3. Tutorium - Statistische Physik I - 4.04.2014

9. Betrachten Sie ein System von $N \gg 1$ nicht wechselwirkenden Spins s_i im Magnetfeld H (Zwei-Niveau-Systeme).

$$\mathcal{H}(s_1, \dots, s_N) = H \sum_{i=1}^N s_i$$

Jeder Spin kann zwei Einstellungen mit Energiewerten $Hs_i = \pm\varepsilon$ annehmen.

- (a) Berechnen Sie über die Zahl der Mikrozustände $\Omega(E, N)$ näherungsweise die Entropie des Systems bei gegebener Energie (mikrokanonisches Ensemble, $N \gg 1$).
- (b) Berechnen Sie die Temperatur T des Systems bei gegebenem E . Kann die von Ihnen erhaltene Temperatur negativ werden? Erklären Sie, warum.

[Hinweise: Die mikrokanonische Entropie S_m ergibt sich über $k_B \ln \Omega$.
 $\ln N! \approx N \ln N - N$ für $N \gg 1$.]

10. Gegeben ist ein ideales Gas mit den Zustandsgleichungen

$$PV = Nk_B T \quad E = \frac{3}{2} Nk_B T$$

Wir betrachten Prozesse, die durch $PV^\kappa = \text{const.}$ definiert sind, wobei κ eine Zahl sei. Bei $\kappa = 1$ handelt es sich um einen isothermen Prozeß, $\kappa = 0$ spezifiziert einen isobaren Prozeß; für alle anderen κ -Werte handelt es sich um einen allgemeinen, sogenannten polytropen Prozeß.

Gegeben sind zwei Zustände (P_1, V_1) und (P_2, V_2) (mit $V_1 < V_2$) die durch einen Prozeß verbunden sind, der durch $PV^\kappa = \text{const.}$ definiert ist.

- (a) Berechnen Sie:
- die Arbeit ΔW , die Sie bei einer Volumsänderung von V_1 auf V_2 leisten müssen;
 - die Änderung der inneren Energie ΔE , wenn Sie vom Zustand (P_1, V_1) in den Zustand (P_2, V_2) übergehen.
- (b) Wie groß ist die bei diesem Prozeß auftretende Wärme ΔQ ? Nutzen Sie den ersten Hauptsatz der Thermodynamik (für $\kappa \neq 1$). Für welchen κ -Wert ist der Prozeß adiabatisch?

(c) Berechnen Sie für dieses System folgende Wärmekapazitäten C_X (für $\kappa \neq 1$):

- für den isochoren Prozeß;
- für den isobaren Prozeß;
- **Zusatzfrage:** für den Prozeß, der durch $X = PV^\kappa = \text{const.}$ definiert ist.

11. Betrachten Sie ein System von $N \gg 1$ nicht wechselwirkenden drei-dimensionalen Oszillatoren,

$$\mathcal{H}(\vec{p}_i, \vec{q}_i) = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \vec{x}_i^2.$$

- Berechnen Sie die Entropie des mikrokanonischen Ensembles über die Zahl der Mikrozustände. Benutzen Sie Ihr Resultat aus dem Übungsbeispiel der letzten Woche.
- Berechnen Sie die mittlere Energie bei gegebener Temperatur (kalorische Zustandsgleichung).
- Berechnen Sie den Druck.
- Berechnen Sie die Wärmekapazität bei konstantem Volumen C_V . Begründen Sie, warum Sie soeben das Gesetz von Dulong-Petit abgeleitet haben.

[Hinweis: die mikrokanonische Entropie S_m ergibt sich über $k_B \ln \Omega$.]

Zu kreuzen: 9a,9b,10a,10b,10c,11ab,11cd