

Statistische Physik I (SS 2015): Tutorium 8

23. Fermi-Gas in einer harmonischen Falle

Ein Gas aus Fermionen mit Spin S sei in einem 3D harmonischen Fallenpotential mit Fallenfrequenz ω eingeschlossen.

- (a) Leiten Sie für diesen Fall einen Ausdruck für die Teilchenzahl N und für die innere Energie U her. Drücken Sie das Resultat mit Hilfe der Fermi-Integrale $f_\alpha(z)$ aus.
- (b) Berechnen Sie die Fermienergie E_F und die innere Energie $U(N, T \rightarrow 0)$.
- (c) Berechnen Sie das chemische Potential $\mu(T)$ und die innere Energie $U(T)$ mit Hilfe der Sommerfeld-Entwicklung als Funktion von E_F und bis zur Ordnung T^2 .

24. Bose-Gas in einer harmonischen Falle

Ein Gas aus Bosonen mit Spin $S = 0$ sei in einem 3D harmonischen Fallenpotential mit Fallenfrequenz ω eingeschlossen.

- (a) Leiten Sie für diesen Fall einen Ausdruck für die Teilchenzahl N und für die innere Energie U her. Drücken Sie das Resultat mit Hilfe der Bose-Integrale $g_\alpha(z)$ aus.
- (b) Berechnen Sie die kritische Temperatur T_c und die Anzahl der kondensierten Teilchen N_0 als Funktion von T/T_c .
- (c) Berechnen Sie die Wärmekapazität für ein Bose-Gas in einer harmonischen Falle für $T < T_c$ und $T > T_c$.

25. Klassisches Gas in einer harmonischen Falle

Betrachten Sie ein klassisches Gas (ohne Spin) in einer 3D harmonischen Falle mit Hamiltonfunktion

$$H = \sum_i \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2). \quad (1)$$

- (a) Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme für dieses Problem und leiten Sie daraus einen Ausdruck für $\mu(T, N)$ ab.
- (b) Zeigen Sie, dass für $\sigma := N(\hbar\omega/k_B T)^3 \rightarrow 0$ das chemische Potential für das klassische Gas, das Fermi-Gas und das Bose-Gas in einer harmonischen Falle (bis auf Spin-Entartungsfaktoren) übereinstimmen. Welche physikalische Bedeutung hat der Parameter σ ?

Kreuze für: 23a)+b); 23c); 24a)+b); 24c); 25a); 25b)