Statistische Physik I (SS 2017): Tutorium 8

24. Fermi-Gas in einer 2D harmonischen Falle

Ein Gas aus Fermionen mit Spin S sein in einem 2D harmonischen Fallenpotential mit Fallenfrequenz ω eingeschlossen.

(a) Berechnen Sie die Zustandsdichte $D(E)$ für dieses System.

(b) Leiten Sie für diesen Fall einen Ausdruck für die Teilchenzahl N und für die innere Energie U her. Drücken Sie das Resultat mit Hilfe der Fermi-Integrale $f_\alpha(z)$ aus.

(c) Berechnen Sie die Fermi-Energie E_F und $U(N, T \to 0)$.

(d) Berechnen Sie das chemische Potential $\mu(T)$ und die innere Energie $U(T)$ mit Hilfe der Sommerfeld-Entwicklung als Funktion von E_F und bis zur Ordnung T^2.

25. Bose-Gas in einer 2D harmonischen Falle

Ein Gas aus Bosonen mit Spin $S = 0$ sein in einem 2D harmonischen Fallenpotential mit Fallenfrequenz ω eingeschlossen.

(a) Leiten Sie für diesen Fall einen Ausdruck für die Teilchenzahl N und für die innere Energie U her. Drücken Sie das Resultat mit Hilfe der Bosefunktionen (Bose-Integral) $g_\alpha(z)$ aus.

(b) Zeigen Sie, dass für dieses System im thermodynamischen Limes die Relation $J = -\frac{1}{2}U$ zwischen der inneren Energie U und dem großkanonischen Potential J gilt.

(c) Berechnen Sie die kritische Temperatur T_c und die Anzahl der kondensierten Teilchen N_0 als Funktion von T/T_c.

(d) Betrachten Sie den klassischen Grenzfall $\sigma := N(\hbar\omega/k_B T)^2 \ll 1$. Welche physikalische Bedeutung hat σ? Bestimmen Sie die Fugazität $z(\sigma)$ bis zur 3. Ordnung in σ. Schreiben Sie weiters die innere Energie U als

$$U = 2Nk_BT(1 + c_1\sigma + \dots) \tag{1}$$

und bestimmen Sie den Koeffizienten c_1 für die Quantenkorrektur zur Energie.

Hinweis: Benützen Sie den Ansatz $z = \alpha_1\sigma + \alpha_2\sigma^2 + \alpha_3\sigma^3 + \dots$ und lösen Sie die auftretenden Gleichungen für α_i iterativ durch Vergleich der Potenzen von σ^n auf.

Kreuze für: 24a)+b)+c); 24d); 25a); 25b); 25c); 25d)