

1. Tutorium VU Statistische Physik I, 9.3.2018

1. Homogene Funktionen

- a) Zeigen Sie, dass für eine homogene Funktion $f(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^k f(x, y, z)$ vom Grad k die folgende Relation gilt:

$$kf(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x}x + \frac{\partial f}{\partial y}y + \frac{\partial f}{\partial z}z. \quad (1)$$

- b) Zeigen Sie, dass die folgende Funktion (c ist eine Konstante)

$$E(S, V, N) = \frac{3k_B N^{5/3}}{2cV^{2/3}} \exp\left(\frac{2S}{3Nk_B} - \frac{5}{3}\right)$$

eine homogene Funktion vom Grad $k = 1$ ist und Gleichung (1) erfüllt.

2. Vollständige Differentiale

- a) Ist das folgende Differential

$$\delta f(x, y) = p(x, y)dx + q(x, y)dy,$$

mit $p(x, y) = 2yx^2 + y^3$ und $q(x, y) = 2xy^2 + x^3$ vollständig? Wenn nicht, bestimmen Sie die Funktion $\alpha(x, y)$ (integrierender Faktor) so, dass

$$df(x, y) = \alpha(x, y)p(x, y)dx + \alpha(x, y)q(x, y)dy$$

vollständig ist. **Hinweis:** setzen Sie $\alpha(x, y)$ als Funktion von $t = xy$ an $\alpha(x, y) = \alpha(xy)$ und verwenden Sie die Integrierbarkeitsbedingung

$$\frac{\partial}{\partial y} [\alpha(xy)p(x, y)] = \frac{\partial}{\partial x} [\alpha(xy)q(x, y)].$$

- b) Wie lautet das zugehörige Potential $f(x, y)$?

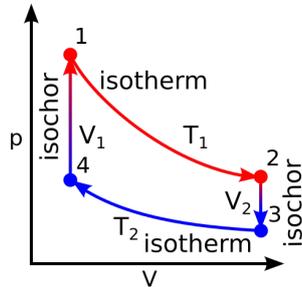
3. Partielle Ableitung

$f(x, y)$ und $g(x, y)$ sind Funktionen von x und y . Zeigen Sie, dass gilt:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_g = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y - \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_x^{-1}.$$

4. Stirling Motor

- a) Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Stirling'schen Kreisprozesses unter der Annahme, dass durch die Verwendung des Regenerators 95% der im Schritt (2→3) abgeführten Wärme Q_{23} im Schritt (4→1) wiederverwendet werden kann. Das Arbeitsmedium kann durch ein ideales Gas angenähert werden.



- b) Stellen Sie den Kreisprozess im T - S -Diagramm dar und zeichnen Sie die zugeführte Wärme Q_{in} und die abgeführte Wärme Q_{ab} als Flächen ein. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Änderung der Wärmemenge $\Delta Q = Q_{ab} - Q_{in}$ und geleisteter Arbeit?
- c) Welchen Wirkungsgrad erhalten Sie wenn 100% der abgeführten Wärme Q_{23} im Schritt (4→1) wiederverwendet werden kann? Welcher bekannte Kreisprozess hat den gleichen Wirkungsgrad?

Zu kreuzen (online im **TUWEL**-Kurs zur LVA): 1/2/3/4a/4bc