

# 1. Tutorium VU Statistische Physik I, 9.3.2018

## 1. Homogene Funktionen

- a) Zeigen Sie, dass für eine homogene Funktion  $f(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^k f(x, y, z)$  vom Grad  $k$  die folgende Relation gilt:

$$kf(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x}x + \frac{\partial f}{\partial y}y + \frac{\partial f}{\partial z}z. \quad (1)$$

- b) Zeigen Sie, dass die folgende Funktion ( $c$  ist eine Konstante)

$$E(S, V, N) = \frac{3k_B N^{5/3}}{2cV^{2/3}} \exp\left(\frac{2S}{3Nk_B} - \frac{5}{3}\right)$$

eine homogene Funktion vom Grad  $k = 1$  ist und Gleichung (1) erfüllt.

## 2. Vollständige Differentiale

- a) Ist das folgende Differential

$$\delta f(x, y) = p(x, y)dx + q(x, y)dy,$$

mit  $p(x, y) = 2yx^2 + y^3$  und  $q(x, y) = 2xy^2 + x^3$  vollständig? Wenn nicht, bestimmen Sie die Funktion  $\alpha(x, y)$  (integrierender Faktor) so, dass

$$df(x, y) = \alpha(x, y)p(x, y)dx + \alpha(x, y)q(x, y)dy$$

vollständig ist. **Hinweis:** setzen Sie  $\alpha(x, y)$  als Funktion von  $t = xy$  an  $\alpha(x, y) = \alpha(xy)$  und verwenden Sie die Integrabilitätsbedingung

$$\frac{\partial}{\partial y} [\alpha(xy)p(x, y)] = \frac{\partial}{\partial x} [\alpha(xy)q(x, y)].$$

- b) Wie lautet das zugehörige Potential  $f(x, y)$ ?

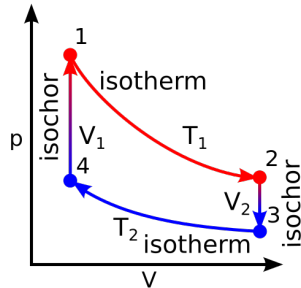
## 3. Partielle Ableitung

$f(x, y)$  und  $g(x, y)$  sind Funktionen von  $x$  und  $y$ . Zeigen Sie, dass gilt:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_g = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y - \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_x^{-1}.$$

#### 4. Stirling Motor

- a) Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Stirling'schen Kreisprozesses unter der Annahme, dass durch die Verwendung des Regenerators 95% der im Schritt (2→3) abgeführten Wärme  $Q_{23}$  im Schritt (4→1) wiederverwendet werden kann. Das Arbeitsmedium kann durch ein ideales Gas angenähert werden.



- b) Stellen Sie den Kreisprozess im  $T$ - $S$ -Diagramm dar und zeichnen Sie die zugeführte Wärme  $Q_{in}$  und die abgeführte Wärme  $Q_{ab}$  als Flächen ein. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Änderung der Wärmemenge  $\Delta Q = Q_{ab} - Q_{in}$  und geleisteter Arbeit?
- c) Welchen Wirkungsgrad erhalten Sie wenn 100% der abgeführten Wärme  $Q_{23}$  im Schritt (4→1) wiederverwendet werden kann? Welcher bekannte Kreisprozess hat den gleichen Wirkungsgrad?

Zu kreuzen (online im **TUWEL**-Kurs zur LVA): 1/2/3/4a/4bc