2. Tutorium VU Statistische Physik I, 23.3.2018

1. **Freie Energie**

   a) Ein ideales Gas hat die innere Energie

   $$E(S,V,N) = \frac{3}{2}\frac{k_B N^{5/3}}{cV^{2/3}} \exp\left(\frac{2S}{3Nk_B} - \frac{5}{3}\right).$$

   Berechen Sie die innere Energie $E(T,V,N)$ als Funktion von (T,V,N) indem Sie $T = \left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_{V,N}$ verwenden. Kann man die thermische Zustandsgleichung des idealen Gases $pV = Nk_BT$ allein aus der Kenntnis von $E(T,V,N)$ herleiten?

   b) Berechnen Sie die freie Energie $F(T,V,N)$ des idealen Gases und zeigen Sie, dass die thermische Zustandsgleichung des idealen Gases $pV = Nk_BT$ aus $p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T,N}$ folgt.

2. **Allgemeine thermodynamische Relationen**

   a) Zeigen Sie, dass allgemein gilt

   $$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_{T,N} = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,N} - p.$$

   b) Betrachten Sie ein Gas, dessen Volumen sprunghaft um das Doppelte anwächst. Wie ändert sich dabei die Temperatur, wenn

      i. es sich um ein ideales Gas handelt.

      ii. das Gas durch die Van-der-Waals Gleichung

      $$\left(p + \frac{aN^2}{V^2}\right)(V - Nb) = Nk_BT$$

      beschrieben wird. C_V kann als konstant und gegeben angenommen werden. **Tipp:** $\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_{T,N} = -\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{V,N}\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{E,N}$

3. **Entropie**

   Für ein ideales Gas lässt sich das totale Differential der Wärmemenge schreiben als

   $$\delta Q(T,V,N) = C_V dT + pdV + \left(\frac{3k_BT}{2} - \mu\right)dN$$

   mit $C_V = \frac{3}{2}Nk_B$, $p = \frac{Nk_BT}{V}$ und $\mu = -k_BT\ln\left(\frac{V}{N}(cT)^{3/2}\right)$. Zeigen Sie, dass mit dem integrierenden Faktor $\alpha(T) = \frac{1}{T}$ das Differential vollständig gemacht werden kann $dS = \frac{1}{T}\delta Q$. Geben Sie die Stammfunktion $S(T,V,N)$ an.

4. **Reversible und irreversible Prozesse**

   In einem isolierten Gesamtsystem befinden sich zwei geschlossene Ballone mit Gas A und Gas B, jeweils mit gleicher Teilchenanzahl N und gleichem Druck p (Umgebungsdruck). Gas A habe die Temperatur T_A und Gas B die Temperatur T_B. Beide Gase können als ideal angenommen werden. Betrachten Sie nun folgende Prozesse:

   a) Beide Ballone werden in thermischen Kontakt gebracht und ein Gleichgewicht stellt sich ein.

   b) Zwischen beiden Ballonen wird eine ideale Carnot-Maschine geschalten und so lange betrieben, bis sich ein Gleichgewicht eingestellt hat. Die dabei geleistete Arbeit wird gespeichert.

   c) Beide Gase werden in einem Ballon vermischt und verhalten sich dabei inert.

   Berechnen Sie in allen Fällen die Änderung der Entropie des Gesamtsystems. Welcher der Prozesse ist reversibel? **Tipp:** Um die Entropie $S(T,V,N)$ zu erhalten lösen Sie die innere Energie (Beispiel 1) nach S auf und verwenden Sie $E = \frac{3}{2}Nk_BT$. In allen Fällen kann ein konstanter Umgebungsdruck angenommen werden.

Zu kreuzen (online im **TUWEL**-Kurs zur LVA): 1/2a/2b/3/4