3. Tutorium VU Statistische Physik I, 13.4.2018

1. **Van-der-Waals-Gas**

   a) Die freie Energie des Van-der-Waals-Gases sei gegeben durch

   $$F(T,V,N) = -k_N T \ln\left(\frac{(V-bN)^N}{N!\lambda^{3N}}\right) - \frac{aN^2}{V}$$

   mit $\lambda = \frac{1}{\sqrt{cT}}$. Berechnen Sie daraus die thermische Zustandsgleichung $p = p(T,V,N)$ und die kalorische Zustandsgleichung $E = E(T,V,N)$. **Tipp:** Verwenden Sie die Stirling-Formel $N! \simeq N^N e^{-N}$.

   b) In einem Prozess wird $X = TV$ konstant gehalten. Berechnen Sie die zugehörige Wärmekapazität $C_X = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_{X,N}$ des Van-der-Waals-Gases.

   c) Am kritischen Punkt (p_c, T_c, V_c) ist die Taylor-Entwicklung der Van-der-Waals-Gleichung gegeben durch

   $$\tilde{p} = 4\tilde{T} - 6\tilde{T}\tilde{V} - \frac{3}{2}\tilde{V}^3,$$

   wobei die reduzierten Größen $\tilde{p} = \frac{p}{p_c} - 1$, $\tilde{T} = \frac{T}{T_c} - 1$, $\tilde{V} = \frac{V}{V_c} - 1$ eingeführt wurden. Berechnen Sie daraus die Verdampfungswärme (latente Wärme) ΔQ für die gilt

   $$\frac{\Delta Q}{T} = S(T, V_{\text{gas}}, N) - S(T, V_{\text{liquid}}, N).$$

   Tipp: Berechnen Sie V_{gas} und V_{liquid} mithilfe der Maxwell-Konstruktion.

2. **Phasenraum**

   a) Ein Teilchen der Masse m bewege sich eindimensional und reibungsfrei in einer Box der Länge L. Schreiben Sie die Hamilton-Funktion $H(q,p)$ an und skizzieren Sie Phasenraumtrajektorien zu unterschiedlichen Energien.

   b) Ein Teilchen der Masse m bewege sich reibungsfrei in einer dreidimensionalen Box mit Volumen L^3. Berechnen Sie das von der Bedingung $H(\vec{q},\vec{p}) = E$ eingeschlossene Volumen im Phasenraum

   $$\Phi(E) = \int_{H \leq E} d^3q d^3p.$$

   .

   c) Berechnen Sie für drei Teilchen in einer Dimension das von der Bedingung $H(q_1,p_1,q_2,p_2,q_3,p_3) = E$ eingeschlossene Volumen $\Phi(E)$ im Phasenraum (Γ-Raum).

3. **Höhere Dimensionen** Berechnen Sie für N Teilchen in einer Box mit Volumen V das von der Bedingung $H(\vec{q}_1, \vec{p}_1, ..., \vec{q}_N, \vec{p}_N) = E$ eingeschlossene Volumen $\Phi(E)$ im Phasenraum (Γ-Raum). **Tipp:** Das Volumen der n-dimensionalen Kugel ist gegeben durch
$$\int\limits_{\xi_1^2+...+\xi_n^2 \leq R^2} d\xi_1 ... d\xi_n = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(\frac{n}{2}+1)} R^n.$$

4. **Gleichgewicht**
   a) Betrachten Sie zwei Teilchen in einer eindimensionalen harmonischen Falle mit Kreisfrequenz ω. Teilchen 1 habe Energie $E_1 = E + \Delta E$ und Teilchen 2 habe Energie $E_2 = E - \Delta E$. Wie groß ist das von den beiden Bedingungen $H(q_1, p_1) = E_1$ und $H(q_2, p_2) = E_2$ eingeschlossene Phasenraumvolumen $\Phi(E_1, E_2)$ im Γ-Raum des kombinierten System?
   b) Für welchen Wert von ΔE wird $\Phi(E_1, E_2)$ maximal?

Zu kreuzen (online im **TUWEL**-Kurs zur LVA): 1ab/1c/2/3/4