Gerhard Kahl & Florian Libisch

STATISTISCHE PHYSIK 1 (VU – 136.020)

3. Tutoriumstermin (1.4.2022)

T8. Gegeben ist ein sogenanntes Tonks-Gas von N Teilchen. Es handelt sich dabei um ein eindimensionales System, das bei $x = 0$ und $x = L$ durch undurchdringliche Wände begrenzt ist. Sind die Massen aller Teilchen gleich (wie in diesem Beispiel angenommen wird), so spricht man von einem *homogenen* Tonks-Gas, andernfalls von einem *inhomogenen* Tonks-Gas. Die Teilchen sind undurchdringlich: so befindet sich, zum Beispiel, das Teilchen 1 immer zwischen der Wand bei $x = 0$ und "links" von der aktuellen Position des Teilchens 2 (q_2), usf. . Teilchen-Teilchen und Teilchen-Wand Stöße sind elastisch.

Beantworten Sie folgende Fragen:

(a) geben Sie den Phasenraum Γ in der Form

$$\Gamma = \left\{ (p^N, q^N) | \ldots \right\}$$

an;

(b) berechnen Sie das Volumen des Konfigurationsraums Π.

Setzen Sie für folgende Fragestellungen $N = 2$ und betrachten Sie ein homogenes Tonks-Gas:

(c) skizzieren Sie den Konfigurationsraum Π;

(d) gehen Sie von einer Anfangsbedingung Ihrer Wahl aus, d.h. wählen Sie

$$\begin{array}{lll} q_1(t=0) = q_{1;0} & q_2(t=0) = q_{2;0} & \\ p_1(t=0) = p_{1;0} & p_2(t=0) = p_{2;0} & \text{mit} \quad p_{1;0} : p_{2;0} = \alpha : 1; \end{array}$$

skizzieren Sie (für einen nicht-trivialen Wert von α, d.h. $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$), wie sich dieser Mikrozustand mit der Zeit im Konfigurationsraum verändert ("Trajektorie" des Mikrozustands im Konfigurationsraum).

Erklären Sie insbesondere, wie sich diese "Trajektorie" bei Stößen der Teilchen untereinander und bei Teilchen-Wand Stößen verändert. Die "Trajektorie" soll mindestens eine Teilchen-Teilchen Kollision sowie mindestens zwei Teilchen-Wand Kollisionen überstreichen;

(e) wie sieht diese "Trajektorie" in dem von p_1 und p_2 aufgespannten Teilraum des Phasenraumes aus.

T9. Gegeben ist ein thermisch isolierter Behälter, der durch eine verschiebbare Trennwand in zwei Teilvolumina V_1 und V_2 (Teilchenzahlen N_1 und N_2 und Energien E_1 und E_2) geteilt wird. $E = E_1 + E_2$, $N = N_1 + N_2$ und $V = V_1 + V_2$ sind vorgegeben. In beiden Teilvolumina befinden sich ideale Gase.

Berechnen Sie

(a) die Ausdrücke für die Temperatur in beiden Teilsystemen;

(b) die wahrscheinlichste Aufteilung der Gesamtenergie E auf die Teilsysteme (also $\tilde{E}_1$ und $\tilde{E}_2 = E - \tilde{E}_1$);

(c) die wahrscheinlichste Aufteilung des Gesamtvolumens V auf die Teilsysteme (also $\tilde{V}_1$ und $\tilde{V}_2 = V - \tilde{V}_1$).

Zu Beginn des Prozesses sei

$$N_1 = \frac{1}{3}N \qquad E_1 = \frac{1}{2}E$$
$$N_1 = \frac{2}{3}N \qquad E_2 = \frac{1}{2}E$$

(d) welches der beiden Teilsysteme ist zu Beginn des Prozesses wärmer;

(e) berechnen Sie für diese Systemparameter $\tilde{E}_1/\tilde{E}_2$ und $\tilde{V}_1/\tilde{V}_2$.

Hinweis: Die (mikrokanonische) Entropie des idealen Gases ($D = 3$) ist durch

$$S_m = k_\mathrm{B} N \left[\frac{3}{2}\ln\frac{E}{N} + \ln\frac{V}{N} + \frac{3}{2}\ln\frac{4\pi m}{3h^2} + \frac{5}{2}\right]$$

gegeben.

T10. Gegeben ist ein ideales Gas im Schwerefeld von N Teilchen der Masse m in einem dreidimensionalen, nach oben offenen Volumen V mit quadratischer Grundfläche (Kantenlänge L). Die Hamilton-Funktion ist gegeben durch

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + mg \sum_{i=1}^{N} q_{i3}.$$

Das System ist nach unten an ein Wärmebad der Temperatur T gekoppelt.

(a) Geben Sie den Phasenraum an;

(b) berechnen Sie den Mittelwert der kinetischen Energie im kanonischen Ensemble;

(c) berechnen Sie den Mittelwert der potentiellen Energie im kanonischen Ensemble.

Zu kreuzen: 8ab, 8cd, 8e; 9ab, 9cd, 9e; 10ab, 10c