

5 Reales Gas

Im Moment der Kollision eines Balles mit dem Boden ändert sich sein mit Gas gefülltes Innenvolumen ohne Wärmeübertragung an die Umgebung um ΔV mit $|\Delta V| \ll V$. Berechne die sich dabei ergebende Temperaturänderung ΔT ,

- wenn es sich dabei um ein ideales Gas handelt.
- wenn es sich um ein reales Gas handelt, das durch die Van der Waals Gleichung

$$\left(p + \frac{aN^2}{V^2}\right)(V - Nb) = Nk_B T$$

beschrieben wird. Vernachlässige Änderungen der Wärmekapazität für den Vorgang.

6 Polymerkette in einer Dimension

Wir modellieren eine Polymerkette bestehend aus N gegeneinander faltbaren Gliedern. Jedes Glied hat die starre Länge l_0 . Benachbarte Glieder können unabhängig voneinander um 180° gefaltn sein oder nicht, mit gleicher Wahrscheinlichkeit. Die Kette ist zwischen zwei Punkten im Abstand $L \in \mathbb{Z}l_0$ eingespannt. Jedes Glied kann in oder gegen die Richtung der Kette orientiert sein, was wir jeweils mit $+$ und $-$ bezeichnen. Für eine Kette aus $N = 3$ Gliedern der Länge $L = l_0$ gibt es zum Beispiel folgende Orientierungsmöglichkeiten: $(- + +)$, $(+ - +)$ und $(+ + -)$.

- Zeige, dass die Anzahl an Möglichkeiten die Kettenglieder anzuordnen gegeben ist durch

$$\Omega(L, N) = \binom{N}{(N + L/l_0)/2}.$$

- Unter Vernachlässigung der Kinetik ist die Entropie $S = k_B \log \Omega$ und die daraus resultierende freie Energie $F(T, L, N)$ ist $-S(L, N)T$. Zeige für große Ketten, dass sich eine zusammenziehende Kraft der Form $f(T, L, N) = -Lk_B T / (Nl_0^2) + \mathcal{O}(L^3)$ für $|L| \ll Nl_0$ ergibt.

Hinweis: $\log(n!) = n \log n - n + \mathcal{O}(\log n)$ (Stirling)

7 Quelle des Lebens

Thermische und kalorische Zustandsgleichung eines Photonengases in einem Hohlraum der Temperatur T sind jeweils gegeben durch

$$p = \frac{\pi^2}{45(\hbar c)^3} (k_B T)^4, \quad E = 3pV.$$

- Finde das chemische Potential μ und die Entropie $S(E, T)$ als Funktion von E und T .
- Bei $T_\oplus \approx 300$ K herrscht auf der Erde ein Gleichgewicht zwischen aufgenommener Wärme durch Sonneneinstrahlung und abgegebener Wärme aufgrund thermischer Abstrahlung in den Weltraum. Schätze die für Leben auf der Erde verfügbare Entropierate dS/dt ab.

Solare Einstrahlung $S_0 \approx 1380$ W/m², Erdradius $R_\oplus \approx 6370$ km, Sonnentemperatur $T_\odot \approx 6000$ K

8 Reversibilität

Zwei Gasbehälter gleichen Volumens V enthalten die gleiche Menge N eines idealen Gases bei unterschiedlichen Temperaturen $T_1 < T_2$. Berechne Gleichgewichtstemperatur T' und Entropieänderung ΔS folgender Prozesse als Funktion von T_1, T_2, V und N . Welche davon sind reversibel?

- Die Behälter werden miteinander verbunden und die Gase mischen sich.
- Die Behälter bleiben geschlossen, werden aber in thermischen Kontakt gebracht, bis beide die gleiche Temperatur haben.
- Die Behälter bleiben geschlossen und betreiben eine ideale Carnot-Maschine, bis beide die gleiche Temperatur haben. Die verrichtete Arbeit der Maschine wird gespeichert.