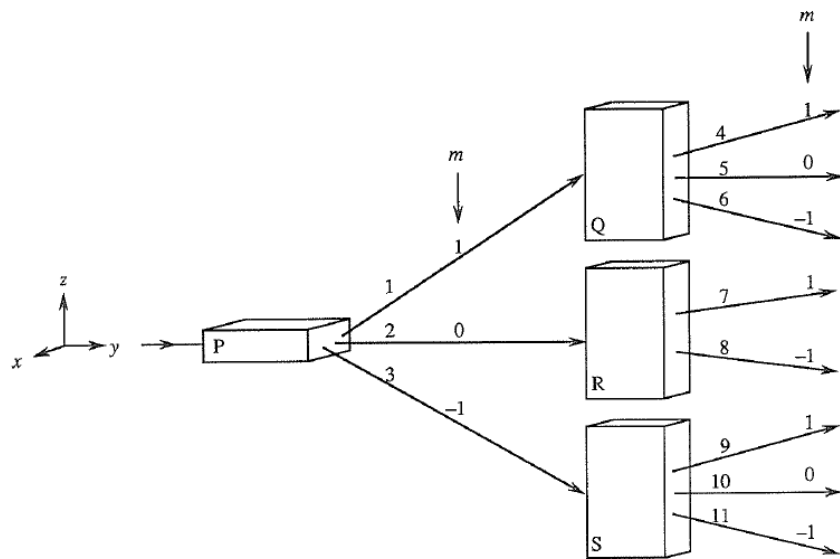


3. Tutorium - VU Quantentheorie 2 - 13.11.2009

1. Im vergangenen Tutorium wurde der Vibrationsfreiheitsgrad von Kohlenmonoxid behandelt. Betrachten Sie nun den Rotationsfreiheitsgrad dieses Moleküls.
 - (a) Überlegen Sie, wie die Rotationsenergie des Moleküls mit seinem Trägheitsmoment und seinem Drehimpuls in Zusammenhang steht. Erläutern Sie, wie Sie auf Basis dieses klassischen Zusammenhangs und durch die quantenmechanische Drehimpulsquantelung diskrete Niveaus für die Rotationsenergie erhalten.
 - (b) Schätzen Sie den Abstand zwischen benachbarten Energieniveaus im Rotationsspektrum von CO ab. (Der mittlere Abstand d zwischen den beiden Atomkernen des Moleküls kann dabei mit $d \approx 1.1 \text{ \AA}$ als bekannt angenommen werden.)
 - (c) Werden die angeregten Rotationszustände von CO bei Raumtemperatur besetzt? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit den zuvor berechneten Vibrationsanregungen bzw. mit den elektronischen Anregungen im Bereich einiger eV.
 - (d) Um den CO-Gehalt in der Luft Ihrer Wohnung zu überprüfen, wollen Sie nun ein Messgerät bauen. Strahlung welcher Wellenlänge muss dieses Messgerät erzeugen, wenn die Molekül-Detektion auf Basis der Rotationsspektren erfolgen soll?
2. Zeigen Sie, dass die durch die drei Eulerwinkel definierte Drehung einer Wellenfunktion (sh. dazu im Skriptum Abb. 7.3 inkl. Bildunterschrift) durch den in Formel 7.17 (Skriptum) angegebenen Rotationsoperator bewerkstelligt wird. Drücken Sie zu diesem Zwecke die Drehungen um die Achsen η_1 und ζ_2 durch Drehungen um die y - und z -Achse aus.
3. Ein unpolarisierter Strahl von Spin-1-Teilchen (beschrieben durch eine Dichtematrix $\rho_{i,j} = \frac{1}{3} \delta_{i,j}$) falle in y -Richtung auf einen Stern-Gerlach-Magneten P ein, dessen Magnetfeld in x -Richtung zeigt (sh. Abbildung). Die drei Strahlen mit Quantenzahl $m = 0, \pm 1$ werden voneinander getrennt und durch drei weitere Magneten Q,R,S (mit Feld in z -Richtung) geschleust.



- (a) Wie lauten die Dichtematrizen, die jeden der drei aus P austretenden Strahlen beschreiben? Handelt es sich dabei um reine Zustände?
- (b) Wie würde die Dichtematrix für einen Teilchenstrahl lauten, der aus Verschmelzung der beiden Strahlen 1 und 2 entsteht?
- (c) Erklären Sie, in wieviele Teile sich die Strahlen an den Magneten Q,R,S aufspalten bzw. wie groß die Intensitäten der jeweiligen Teilstrahlen sind (gemessen an der Intensität des einfallenden Strahls). *Hinweis:* Drücken Sie die Eigenzustände des L_x -Operators als Superposition von L_z -Eigenzuständen aus.
4. (a) Berechnen Sie analog zu den Pauli-Matrizen für Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen die Matrixelemente $\langle j', m' | J_i | j, m \rangle$ mit $i = x, y, z$ für ein Spin-1 Teilchen ($j = 1$). Zeigen Sie dazu, dass $\langle j', m' | J_i | j, m \rangle = 0$ wenn $j \neq j'$. *Hinweis:* Verwenden Sie zur Berechnung der Matrixelemente von J_x und J_y die Leiteroperatoren J_+ , J_- .
- (b) Leiten Sie auf Basis Ihrer Ergebnisse aus (a) die Elemente der Drehmatrix $d_{m',m}^{(1)}(\beta)$ aus dem Skriptum ab (sh. Gleichung 7.23).