IFP
TU Wien

Prof. Dr. K. Held
Dr. A. Toschi, Dr. P. Hansmann

Probeklausur zur Quantenmechanik II

Wintersemester 2010

keine Abgabe: Selbstkorrektur! – Musterlösung wird Mitte Jänner Online gestellt

K1. Fermis Goldene Regel

3 Punkte

Der Störterm $V = \alpha r$ wird zum Zeitpunkt $t = 0$ eingeschaltet. Zeigen Sie, dass die Übergangsrate vom Grundzustand $(n = 1, l = 0, m = 0)$ zu dem angeregten Zustand $(n = 3, l = 2, m = 0)$ des Wasserstoffatoms nach Fermis Goldener Regel Null ist?

K2. Symmetrien

2+2+1=5 Punkte

Mit welchen der folgenden Operatoren kommutiert i) der Dirac Hamilton-Operator H_D und ii) ein analoger Schrödingeroperator $H_S = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - \frac{-\hbar^2\Delta}{2m}$ für ein freies Teilchen (ohne Beweis).

a) $T : \psi(t, \vec{r}) \rightarrow \psi^*(-t, \vec{r})$,
wobei im Falle H_D die Transformation in gleicher Art auf alle vier Spinorkomponenten erfolgt.

b) $L : \psi(x_\nu) \rightarrow \psi(L^{-1}{}_\nu{}^\mu\, x_\mu)$ mit beliebigen L^μ_ν, das $L^\mu_\nu \underbrace{g_{\mu\mu'}}_{\mathrm{diag}(1,-1,-1,-1)} L^{\mu'}_{\nu'} = g_{\nu\nu'}$ erfüllt, wobei im Falle H_D die Transformation in gleicher Art auf alle vier Spinorkomponenten erfolgt.

c) Wie Teil b) aber mit der Einschränkung, dass $L_i^0 = L_0^i = 0$ für $i = 1..3$.

K3. Ritzsches Variationsverfahren

4+5=9 Punkte

a) Berechnen Sie durch Änderung des reellen Parameters $a > 0$ in der Versuchswellenfunktion

$$\phi_0(x) = (a^2 - x^2) \text{ wenn } |x| < a \text{ und } \phi_0(x) = 0 \text{ sonst,} \tag{1}$$

eine obere Grenze der Energie für den Grundzustand des Hamilton Operators

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2.$$

b) Warum ist die Funktion $\phi_1(x) = x\,\phi_0(x)$ eine vernünftige Versuchswellenfunktion für den ersten angeregten Zustand? Berechnen Sie nun die Variationsabschätzung für die Energie dieses Zustands.

K4. Streutheorie

4+2=6 Punkte

a) Betrachten Sie ein "deltaartiges" Potential $V(\vec{r}) = V_0\,\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$. Berechne den differentiellen $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ und den totalen σ_{tot} Streuquerschnitt für dieses Potential in erster Bornscher Nährung.

b) Gegeben sei ein System, in dem die Phasenveschiebung $\delta_l = 0$ für alle $l \geq 2$ ist. Wie groß ist der maximal mögliche totale Streuquerschnitt? Für welche Werte von δ_0 und δ_1 wird er erreicht?

K5. Zwei und drei identische Teilchen*

3+2+2=7 Punkte

Sei h_0 der Hamilton-Operator eines Teilchens. Dieser Hamilton-Operator wirkt nur auf die Ortskomponente und hat drei äquidistante Eigenzustände (z.B., mit Eigenenergien $0, \hbar\omega_0$, und $2\hbar\omega_0$, mit $\omega_0 > 0$), die nicht entartet sind.

a) Betrachte Sie ein System mit zwei unabhängingen Elektronen, dessen Hamilton-Operator

$$H = h_0(1) + h_0(2)$$

ist. Finden Sie die Eigenbasis dieses Systems und berechne die korrespondierenden Entartungen. Wiederholen Sie die gleiche Rechung für ein System mit zwei unabhängingen Bosonen mit Spin 0.

b) Wie werden sich die Ergebnisse ändern, wenn auch der folgende Spin-Spin Wechselwirkungsbeitrag ($V = -J\vec{S}(1) \cdot \vec{S}(2)$) im Hamilton-Operator H berücksichtigt wird?

c) Betrachten Sie nun das gleiche Problem wie in **a)**, aber für ein System von drei Bosonen mit spin 0.

* Vorlesung zu Vielteilchensystemen folgt noch