Technische Universität
Wien

Prof. Dr. K. Held, Priv. Doz. Dr. A. Toschi
D.I. G. Rohringer, T. Schäfer

1. Plenum zur Quantentheorie II

Wintersemester 2012/2013

<u>PLENUM</u>: Donnerstag, 11.10.2012.

Zeitabhängige Störungstheorie: Magnetische Spinresonanz

Hinweis: Es wäre vor dem Plenum hilfreich, die die Grundbegriffe der zeitabhängigen Störungstheorie insbesonders

- *Wechselwirkungsbild und von-Neumann-Reihe,*
- *Übergangsamplitude und -wahrscheinlichkeit sowie*
- *Fermis Goldene Regel*

zu wiederholen.

Zusätzlich können Sie sich überlegen, sie ein Kernspintomograph aufgebaut ist. Welche physikalischen Größen spielen dabei eine Rolle? Wie könnte man diese relativ einfach quantenmechanisch modellieren?

a) Betrachten Sie ein Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen in einem magnetischen Feld $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_z)$. Als Quantisierungsachse wird die z-Achse angenommen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird zusätzlich ein zeitabhängiges magnetisches Feld

$$\mathbf{B}_r(t) = (B\cos(\omega t), B\sin(\omega t), 0)$$

eingeschaltet. Es gilt $B \ll B_z$ und das System befindet sich zu $t = 0$ im Zustand $|\uparrow\rangle$.

Geben Sie den Hamilton-Operator $H(t)$ für das beschriebene System mit gyromagnetischem Faktor γ an. Das magnetische Moment rührt alleine vom Spin her und wird somit zu $\boldsymbol{\mu} = \gamma\mathbf{S} = g_S\mu_b\mathbf{S}$. Teilen Sie den Hamiltonian in einen zeitunabhängigen (H_0) und einen zeitabhängigen Anteil ($V(t)$) auf.

b) Berechnen Sie in erster Ordnung zeitabhängiger Störungstheorie die Wahrscheinlichkeit $P_\downarrow^{(1)}(t)$, dass sich das Teilchen zum Zeitpunkt zu einem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$ im Zustand $|\downarrow\rangle$ befindet.

c) Berechnen Sie den exakten Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit $P_\downarrow(t)$.

d) Vergleichen Sie Ihr Ergebnis aus Punkt c) mit der Näherung aus Punkt b). Was fällt Ihnen auf?