
1. Plenum zur Quantentheorie II

Wintersemester 2014/2015

PLENUM: Donnerstag, 16.10.2014.

Zeitabhängige Störungstheorie: Magnetische Spinresonanz

Hinweis: Es wäre vor dem Plenum hilfreich, die Grundbegriffe der zeitabhängigen Störungstheorie insbesondere

- Wechselwirkungsbild und Störungsreihe,
- Übergangsamplitude und -wahrscheinlichkeit sowie
- Fermis Goldene Regel

zu wiederholen.

Zusätzlich können Sie sich überlegen, wie ein Kernspintomograph aufgebaut ist. Welche physikalischen Größen spielen dabei eine Rolle? Wie könnte man diese relativ einfach quantenmechanisch modellieren?

- a) Betrachten Sie ein Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen in einem magnetischen Feld $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_z)$. Als Quantisierungsachse wird die z-Achse angenommen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird zusätzlich ein zeitabhängiges magnetisches Feld

$$\mathbf{B}_r(t) = (B \cos(\omega t), B \sin(\omega t), 0)$$

eingeschaltet. Es gilt $B \ll B_z$ und das System befindet sich zu $t = 0$ im Zustand $|\uparrow\rangle$.

Geben Sie den Hamilton-Operator $H(t)$ für das beschriebene System mit gyromagnetischem Faktor γ an. Das magnetische Moment rührt alleine vom Spin her und wird somit zu $\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{S} = g_S \mu_B \mathbf{S}$. Teilen Sie den Hamiltonian in einen zeitunabhängigen (H_0) und einen zeitabhängigen Anteil ($V(t)$) auf.

- b) Berechnen Sie in erster Ordnung zeitabhängiger Störungstheorie die Wahrscheinlichkeit $P_{\downarrow}^{(1)}(t)$, dass sich das Teilchen zum Zeitpunkt zu einem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$ im Zustand $|\downarrow\rangle$ befindet.
- c) Berechnen Sie den exakten Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit $P_{\downarrow}(t)$.
- d) Vergleichen Sie Ihr Ergebnis aus Punkt c) mit der Näherung aus Punkt b). Was fällt Ihnen auf?