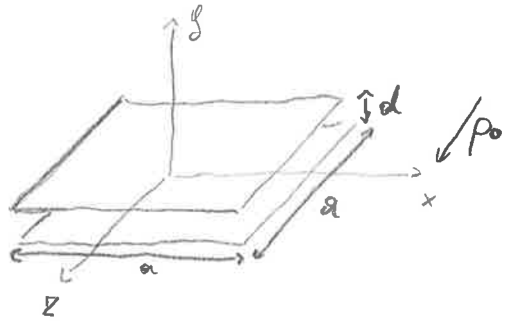
Schnelles elektron im Plattenkondensator

a)



$$\Phi(x,y,z,t) = -\frac{t}{T} E_0 y$$

Klassische Erwartung:

1) Annahme Teilchen braucht viel länger als die Einschaltzeit des Kondensators für Durchflug → spürt $\int_0^T +\frac{t}{T} E_0 e$ als Impulsänderung in y-Richtung.

$$\boxed{p_y = \frac{T}{2} E_0 \cdot e} \rightarrow \text{Teilchen fliegt anschließend mit } \begin{pmatrix} 0 \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} \text{ weiter}$$

2) Annahme Teilchen fliegt viel schneller durch den Kondensator als die Einschaltzeit
→ zeitabhängige Ablenkung

$$p_y(t) \approx E_0 \cdot e \cdot \frac{\left(t - \frac{t_D}{2}\right)}{T} \cdot t_D \quad \text{mit} \quad t_D = \frac{a}{v} = \frac{a\, m \cdot \sqrt{1 + \frac{p_0^2}{m^2c^2}}}{p_0}$$

b) 1. Ordnung zeitabh. Störungstheorie

$$|\psi_0\rangle = e^{i\frac{p_0 z}{\hbar}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \left(\frac{pc}{E+mc^2}\right) \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \sqrt{\frac{E+mc^2}{2E}}$$

$$|\psi_f\rangle = e^{i\frac{p_x x}{\hbar}} e^{i\frac{p_y y}{\hbar}} e^{i\frac{p_z z}{\hbar}} \cdot \left(\text{Spinorzustand}\right)$$

$$a_{f\leftarrow i} \rightarrow \int dV \int dt\; e^{i(\omega_f - \omega_i)t} \langle \psi_f | V | \psi_i \rangle \qquad V = e\frac{t}{T} E_0 y$$

$$\text{Ortsintegral: } \int_{-a/2}^{a/2} e^{-i\frac{p_x x}{\hbar}} dx \int_{-a/2}^{a/2} e^{-i\frac{(p_z - p_0)z}{\hbar}} dz \int_{-d/2}^{d/2} e^{-i\frac{p_y y}{\hbar}} \cdot y \cdot e E_0\, dy$$

$$\text{Zeitintegral: } \int_0^T e^{i(\omega_f - \omega_i)t} \frac{t}{T}\, dt \qquad \left[\int x e^{ikx} dx = \frac{e^{ikx}}{ik} \cdot x + \frac{e^{ikx}}{k^2}\right.$$

→ Übergangsamplitude Ortsraumintegral

$$\frac{\hbar}{-ip_x} \cdot \left(-i\sin\left(\frac{p_x}{\hbar}\frac{a}{2}\right) - i\sin\left(\frac{p_x}{\hbar}\frac{a}{2}\right)\right) \cdot \frac{\hbar}{-i(p_z - p_0)} \left(-i\sin\left(\frac{p_z - p_0}{\hbar}\frac{a}{2}\right) - i\sin\left(\frac{p_z - p_0}{\hbar}\frac{a}{2}\right)\right) \cdot$$

$$\left(e \cdot E_0 \cdot \left[\left(-\frac{\hbar}{ip_y} \cdot \left(\frac{d}{2} e^{ik_y \frac{d}{2}} + \frac{d}{2} e^{-ik_y \frac{d}{2}}\right)\right) + \left(-\frac{\hbar^2}{p_y^2} \cdot \left(e^{ik_y \frac{d}{2}} - e^{-ik_y \frac{d}{2}}\right)\right)\right]\right)$$

$$\frac{\hbar^2}{p_x(p_z - p_0)} \cdot 2\sin\left(k_x \cdot \frac{a}{2}\right) \cdot 2\sin\left(\frac{(p_z - p_0)}{\hbar} \cdot \frac{a}{2}\right) \cdot e \cdot E_0 \cdot \left[-\frac{\cos\left(k_y \cdot \frac{d}{2}\right) \cdot \hbar d}{i \cdot p_y} - 2i\frac{\hbar^2}{p_y^2} \sin\left(k_y \cdot \frac{d}{2}\right)\right]$$

→ Zeitintegral

$$\frac{e^{i(\omega_f - \omega_i)T}}{i(\omega_f - \omega_i)} T/T + \frac{e^{i(\omega_f - \omega_i)T}}{(\omega_f - \omega_i)^2} \frac{1}{T} - \frac{1}{(\omega_f - \omega_i)^2} \frac{1}{T}$$

Was vernachlässigen wir - und wieso?

•) In Zeitintegral: $\omega_f - \omega_i$ im Nenner → wird riesig für Antiteilchen-Lösungen → vernachlässigbar

•) p_x sowie $(p_z - p_0) \approx \emptyset$

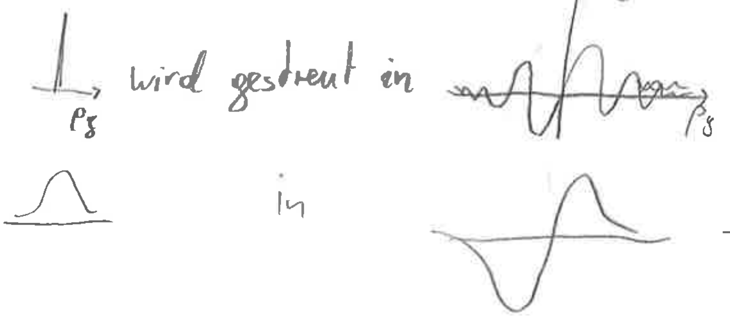
→ Ortsübergangsamplitude $\mapsto \alpha \cdot \alpha \cdot e \cdot E_0 \left[i \frac{\cos(k_y \cdot d/2)\, d}{k_y} - 2i \frac{\sin(k_y \cdot d/2)}{k_y^2} \right]$

•) $p_y \ll p_0$ → $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ Spinoren bleiben gute Näherung.

$\mapsto$ keine wirkliche Veränderung des Spinors durch Störpotential

$\rightsquigarrow a_f(k_y) \sim \alpha^2 \cdot e \cdot E_0 \cdot \left[i \frac{\cos(k_y \cdot d/2) \cdot d \cdot k_y - 2 \sin(k_y \cdot d/2)}{k_y^2} \right]$ → <u>ungerade Funktion in k_y</u>

Naive Interpretation: Ablenkung eines Teilchens in +y Richtung gleich wahrscheinlich wie in -y Richtung. → Paradoxal



→ Wellenfunktions-<u>korrektur</u> verursacht überhang zu einer Seite (Richtung)

Probleme mit Beispiel: $\cancel{A}$ vor Φ, $\vec{B}$ aus veränderlichem $\vec{E}$ vernachlässigt

Korrelationslänge l muss $l \gg \gamma \cdot v$ erfüllen

„Echte" Wellenpakete haben immer endliche Breite