

$$1.) \tilde{C}_\beta^+ = \sum_\alpha \underbrace{\langle \varphi_\alpha | \tilde{\varphi}_\beta \rangle}_{U_{\beta\alpha} \text{ unitär}} C_\alpha^+$$

$$\Rightarrow C_\alpha^+ = \sum_\beta \langle \tilde{\varphi}_\beta | \varphi_\alpha \rangle \tilde{C}_\beta^+ ; C_\alpha = \sum_\beta \langle \varphi_\alpha | \tilde{\varphi}_\beta \rangle \tilde{C}_\beta$$

$$\tilde{F}^{(1)} = \sum_{\alpha\alpha'} \underbrace{f_{\alpha'\alpha}^{(1)}}_{\tilde{C}_{\alpha'}^+ C_\alpha} C_\alpha^+$$

$$= \sum_{\substack{\alpha\alpha' \\ \beta\beta'}} \underbrace{\langle \tilde{\varphi}_{\beta'} | \varphi_{\alpha'} \rangle}_{\tilde{C}_{\beta'}^+} \underbrace{\langle \varphi_{\alpha'} | f^{(1)} | \varphi_\alpha \rangle}_{\tilde{C}_\beta^+} \underbrace{\langle \varphi_\alpha | \tilde{\varphi}_\beta \rangle}_{\tilde{C}_\beta^+} \tilde{C}_\beta^+$$

$$= \sum_{\beta\beta'} \langle \tilde{\varphi}_{\beta'} | f^{(1)} | \tilde{\varphi}_\beta \rangle \tilde{C}_{\beta'}^+ \tilde{C}_\beta^+$$

wie auch, wenn wir $f^{(1)}$ direkt in dieser Basis aufgeschrieben hätte

2.)

$$a.) U=0 \quad H_0 = -t \sum_{j=0}^5 \underbrace{C_{j\sigma}^+ C_{(j+1)\sigma}}_{\text{mod } [5,1] \sigma} + h.c.$$

nicht diagonal in Ortsbasis

Diagonalisierung durch Basis transformation

$$C_{k\sigma} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_j e^{ikj} C_{j\sigma}$$

periodische K.B.
 $\Rightarrow e^{ik \cdot 6} = e^{i k \cdot 0} = 1$
 $\Rightarrow k = \frac{2\pi}{6} \cdot n, n \in \mathbb{Z}$

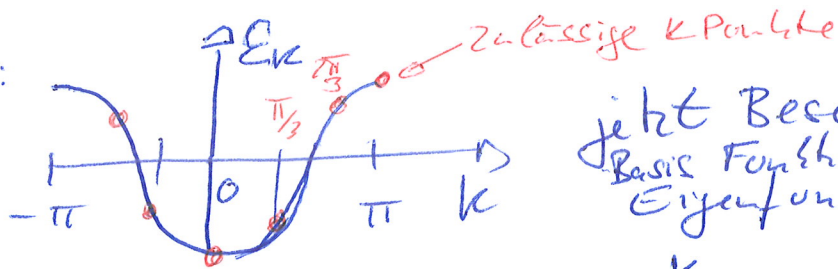
k und $k + (2\pi)/6$ sind aber $\forall j$ gleich ∇

$$H_0 = -t \sum_{j\sigma} \frac{1}{6} \sum_{kk'} e^{ikj} e^{-ik'(j+1)} C_{k\sigma}^+ C_{k'\sigma} + h.c.$$

$$= -t \sum_{\substack{kk' \\ \sigma}} \frac{1}{6} \sum_j \underbrace{e^{-i(k+k')j}}_{\delta_{k,k'}} (e^{ik'} C_{k\sigma}^+ C_{k'\sigma} + e^{-ik'} C_{k'\sigma}^+ C_{k\sigma})$$

$$= -2t \sum_{k\sigma} \cos k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma} \quad \text{jetzt diagonal! } \textcircled{1}$$

Eigenenergien:



jetzt Berechnung von Basis Funktionen Eigenfunktionen?

Grundzustand 1 Elektron

Energie: -2ϵ

Entartung: 2-fach

Zustände: $c_{\uparrow k=0}^+ |0\rangle, c_{\downarrow k=0}^+ |0\rangle$



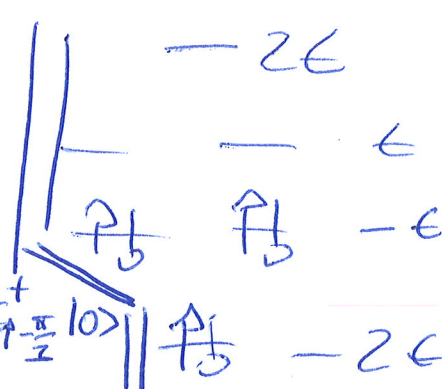
b) sechs Elektronen

Grundzustand

Energie: -8ϵ

Entartung: 1-fach

Zustand: $c_{\uparrow 0}^+ c_{\downarrow 0}^+ c_{\uparrow \pi/3}^+ c_{\downarrow \pi/3}^+ c_{\uparrow \pi/3}^+ c_{\downarrow \pi/3}^+ |0\rangle$

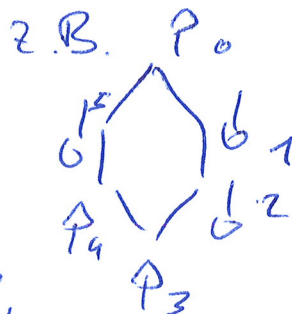


c) jetzt $\epsilon = 0$ $U > 0 \Rightarrow$ Ortsbasis ist Eigenbasis
 2 Elektronen auf irgendeinem Gitterplatz $\Rightarrow E \geq 0$

Grundzustand: $E = 0$

Entartung: 2^6 -fach

für jeden Platz \uparrow oder \downarrow

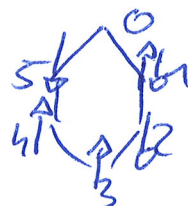


Zustand z.B. $c_{0\uparrow}^+ c_{1\downarrow}^+ c_{2\uparrow}^+ c_{3\downarrow}^+ c_{4\uparrow}^+ c_{5\downarrow}^+ |0\rangle$

d) Erster angeregter Zustand

Energie $E = 0$

Entartung $6 \cdot 5 \cdot 2^4$ -fach

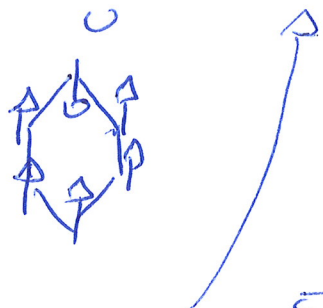


Zustand z.B. $c_{1\uparrow}^+ c_{2\downarrow}^+ c_{3\uparrow}^+ c_{4\downarrow}^+ c_{5\uparrow}^+ |0\rangle$

e) Fermis Goldene Regel für periodische Störung

$$W_{f \leftarrow i} = \frac{\pi}{2\hbar^2} \left[\delta(\omega_f + \omega) + \delta(\omega_f - \omega) \right] \left| \langle \varphi_f | V | \varphi_i \rangle \right|^2$$

$|\varphi_i\rangle$:



$$V = -2t \cos \frac{\omega}{2} \sum_{j=0}^5 c_{j+1}^\dagger c_j$$

mod $[j+1, N] \rightarrow 0$

es kann nur folgende Endzustände:



①

Betrachten ①, andere analog:

$$\Rightarrow \left| \langle \varphi_f | V | \varphi_i \rangle \right|^2 = \left| \langle \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow | -2t \sum_{j=0}^4 c_{j+1}^\dagger c_j | \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \rangle \right|^2$$

$$= |2t|^2$$