Technische Universität
Wien

PD Dr. J. Tomczak, Prof. A. Toschi, Prof. K. Held
Sebastian Schön

2. Plenum zur Quantentheorie II

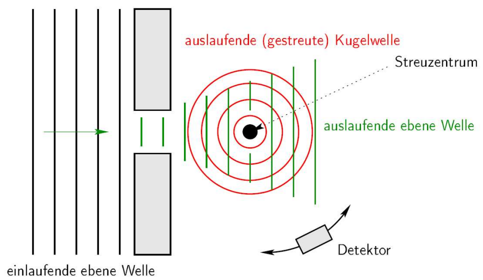
Wintersemester 2019/2020

Donnerstag, 07.11.2019.

2. Streutheorie: Bornsche Näherung

Ein Teilchen der Masse m streue an einem rotationssymmetrischen Gauss'schen Potential

$$V(r) = V_0 \exp\left[-(r/r_0)^2\right] \qquad \text{mit } r_0, V_0 \in \mathbb{R}^+ \tag{1}$$



a) Die erste Bornsche Näherung ist anwendbar, wenn Korrekturen höherer Ordnung klein sind. Eine erste Abschätzung kann durch den Vergleich der Wellenfunktion in erster Bornschen Näherung mit der einfallenden ebenen Welle gewonnen werden. Geben Sie einen allgemeinen mathematischen Ausdruck für dieses Kriterium in Ortsdarstellung an und werten Sie diesen für obiges Potential aus.

b) Berechnen Sie den differentiellen Streuquerschnitt in erster Bornscher Näherung $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \phi)\big|_{1.\mathrm{B.N.}}$. Plotten Sie diesen sinnvoll normiert für verschiedene Werte von kr_0. Für welche Werte wird er signifikant anisotrop? Kann man dies physikalisch verstehen?

c) Berechnen Sie den totalen Streuquerschnitt in erster Bornscher Näherung $\sigma\big|_{1.\mathrm{B.N.}}$.

d) Für die Streuung niederenergetischer Teilchen an kurzreichweitigen Potentialen kann man die Streuamplitude mit der Partialwellenmethode berechnen, da man sich auf Beiträge mit kleinem Drehimpuls l beschränken kann. Berechnen Sie für obiges Potential den Beitrag der s-Wellenstreuung ($l = 0$) zur Streuamplitude in erster Bornscher Näherung.

Hinweis: Sie können folgende Integrale als bekannt voraussetzen ($z \in \mathbb{C}$)

$$F_1(z) = \int_0^\infty dx\, e^{-(x-z)^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left[1 + \mathrm{erf}(-\mathrm{Re}z) + i\,\mathrm{erfi}(\mathrm{Im}z)\right]$$

$$F_2(z) = \int_{-\infty}^\infty dx\, e^{-(x-z)^2} = \sqrt{\pi}$$

wobei $\mathrm{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\tau^2} d\tau$ die Fehlerfunktion und $\mathrm{erfi}(z) = -i\,\mathrm{erf}(iz)$ die imaginäre Fehlerfunktion bezeichnet.