

Aufgabenblatt 3

8 Galilei-Transformation

- a) Zeigen Sie, dass die zeitabhängige Schrödingergleichung eines freien Teilchens invariant unter der Galilei-Transformation ist. Beschränken Sie sich auf eine Dimension.
- b) Finden Sie den Grundzustand des folgenden zeitabhängigen Hamiltonoperators.

$$H = \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 X^2 + m\omega^2 vtX \quad (1)$$

Hierbei ist t die Zeit und $v \in \mathbb{R}$.

1 Kreuz

9 Gemischte und reine Zustände

Wir betrachten folgende Zustandsoperatoren

$$\rho_1 = \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle\langle\uparrow| - |\uparrow\rangle\langle\downarrow| - |\downarrow\rangle\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow|), \quad \rho_2 = \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow|), \quad (2)$$

in der Eigenbasis der Pauli Matrix σ_z .

- a) Handelt es sich jeweils um einen reinen oder gemischten Zustand?
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für die Spin-Messung von $+\hbar/2$ bzw $-\hbar/2$.
- c) Der unitäre Operator $U = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |\uparrow\rangle\langle\downarrow| - |\downarrow\rangle\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow|)$ beschreibt die Wirkung einer Apparatur. Berechnen Sie erneut die Wahrscheinlichkeiten, diesmal nach Wirkung von U . Wieso unterscheiden sie sich nun?

1 Kreuz

10 Bestimmung von Zustandsdichten

Der Zustand eines Spin 1 Teilchens liefert folgende Erwartungswerte: $\langle S_x \rangle = 0$, $\langle S_y \rangle = 0$, $\langle S_z \rangle = b$. Berechnen Sie alle möglichen Zustände ρ für den Fall, dass (i) $b = 0$, (ii) $b = 1$, (iii) $0 < b < 1$. Bestimmen Sie auch jeweils, ob es sich um einen reinen oder gemischten Zustand handelt.

(i+ii) + (iii) = 2 Kreuze

11 Erwartungswerte

Zeigen Sie, dass für einen beliebigen Operator A immer gilt: $\text{tr}[\rho AA^\dagger] \geq 0$, wobei ρ ein beliebiger Zustand ist.

1 Kreuz