Aufgabenblatt 6

1 Sudden Approximation

Gegeben sei ein Teilchen der Masse m, das sich für $t < 0$ im Grundzustand $|0\rangle$ des harmonischen Oszillators mit Kreisfrequenz ω befindet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ändert sich die Kreisfrequenz des Oszillators zu $\omega' = \frac{\omega}{\sqrt{2}}$. Berechnen Sie die exakten Wahrscheinlichkeiten für $t > 0$, das Teilchen in den Zuständen $|n' = 0\rangle$, $|n' = 1\rangle$ und $|n' = 2\rangle$ des geänderten harmonischen Oszillators zu finden.

1 Kreuz

2 Drei Elektronen ohne Spin

Wir betrachten drei Elektronen ohne Spin, sodass der Hilbertraum $\mathcal{H} = L^2 \otimes L^2 \otimes L^2$ durch ein Tensorprodukt aus dem Einteilchen-Hilbertraum L^2 (quadratintegrable Funktionen) geschrieben werden kann. Gegeben seien außerdem drei Ein-Elektron-Zustände $|\varphi_1\rangle, |\varphi_2\rangle, |\varphi_3\rangle \in L^2$, sodass z.B. $\langle \boldsymbol{r}|\varphi_1\rangle = \varphi_1(\boldsymbol{r})$ eine qaudratintegrable Funktion ist.

a) Warum ist $|\psi\rangle = |\varphi_1\varphi_2\varphi_3\rangle$ kein gültiger Zustand für drei Elektronen?

b) Wenden Sie den Antisymmetrisierungsoperator (siehe Skript)

$$\hat{A} = \frac{1}{N!} \sum_P (-1)^P \, \hat{P} \tag{1}$$

auf den Zustand $|\psi\rangle$ aus (a) an. Was ergibt sich, wenn zwei der drei Ein-Elektron-Zustände $|\varphi_i\rangle$ identisch sind?

Hinweis: In der Literatur findet man folgende identische Notationen:

$$|\varphi_1\varphi_2\varphi_3\rangle = |\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\rangle = |\varphi_1\rangle|\varphi_2\rangle|\varphi_3\rangle = |\varphi_1\rangle \otimes |\varphi_2\rangle \otimes |\varphi_3\rangle \tag{2}$$

1 Kreuz

3 Hartree-Fock

a) Begründen Sie, warum das Hartree-Fock Verfahren für *ein* Elektron exakt ist, ab *zwei* Elektronen jedoch nur noch eine Näherung darstellt.

b) Für ein N-Teilchensystem (ohne Spin-Freiheitsgrad) ist die Hartree-Fock Lösung $|\psi\rangle$ (Slaterdeterminante aus Ein-Teilchen Wellenfunktionen $\varphi_i(\boldsymbol{r})$) gefunden worden. Drücken Sie den Erwartungswert der kinetischen Energie des Systems durch die Ein-Teilchen Wellenfunktionen aus.

1 Kreuz

4 Streutheorie

a) Zeigen Sie, dass die Schrödingergleichung eines Streuproblems durch den Ansatz

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}kz} + f(\theta)\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}}{r} \tag{3}$$

im Grenzfall $r \to \infty$ gelöst wird. Für das Streupotential gelte: $rV(r) \to 0$ für $r \to \infty$. Nennen Sie ein Potential, dass diese Bedingung nicht erfüllt.

b) Bestimmen Sie die Streuamplitude $f(\theta)$ für eine Situation reiner s-Streuung, in der ein differentieller Wirkungsquerschnitt von $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = a > 0$ vorliegt.

(a)+(b) = 2 Kreuze