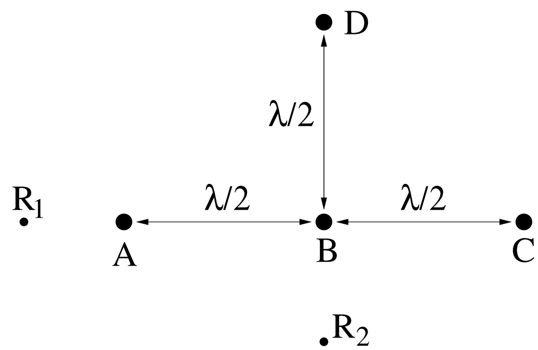
ÜBUNGEN ZUR ELEKTRODYNAMIK II WS 13/14

Aufgabenblatt 8 **29.11.2013**

8.1 Vier Kugelwellen

Vier identische Punktquellen A, B, C, D senden monochromatische elektromagnetische Wellen mit Wellenlänge λ aus. Zwei Empfänger R_1, R_2 seien in der in der Abbildung gezeigten Richtung positioniert, und zwar im gleichen Abstand $r \gg \lambda$ von B (was die Abbildung aus Platzgründen nicht wiedergibt).



1. Welcher Empfänger empfängt das stärkere Signal?

   Hinweis: Man vergleiche einfach die gesamte Intensität I der vier Wellen an den Empfangspunkten.

2. Welcher Empfänger empfängt das stärkere Signal wenn (i) Quelle B (ii) Quelle D abgeschaltet wird? Welcher Empfänger kann aus dem empfangenen Signal schließen, welche der beiden Quellen abgeschaltet wurde?

8.2 Übung zur Funktionentheorie

Der Integrand der Funktion

$$G(x_0) = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_0}{2\pi} \frac{e^{-ik_0x_0}}{k_0^2 - \epsilon_k^2} \tag{1}$$

(mit reellen Zahlen x_0, ϵ_k) hat zwei Pole auf dem Integrationsweg. Berechne das Integral mit Hilfe des Residuensatzes durch Verschieben beider Pole in die komplexe Ebene. Diskutiere alle 4 Fälle, die sich durch Verschieben der Pole in die untere und obere Halbebene ergeben, und unterscheide jeweils $x_0 > 0$ und $x_0 < 0$.

8.3 Kramers-Kronig

Wie in der Vorlesung ausführlich diskutiert wird, beschreibt der Imaginärteil der Dielektrizitätskonstante $\operatorname{Im}\epsilon(\omega)$ die Absorption in einem Medium. Häufig liegt Absorption in einem Frequenzbereich der Breite γ um eine Resonanzfrequenz ω_n vor, wobei $\gamma \ll \omega_n$. Zeige mit Hilfe der Kramers-Kronig-Relationen, dass in diesem Fall näherungsweise

$$\omega_n^2 \simeq -\frac{\lim_{\omega\to\infty}[\omega^2(\operatorname{Re}\epsilon(\omega)-1)]}{\lim_{\omega\to 0}[\operatorname{Re}\epsilon(\omega)-1]} \tag{2}$$

gilt, d.h. man kann die Resonanzfrequenz ω_n aus den Hoch- und Niederfrequenz-Grenzfällen des Realteils der Dielektrizitätskonstante bestimmen.
Anleitung: Finde geeignete Näherungen für das Hauptwertintegral über $\operatorname{Im}\epsilon(\omega)$ für die beiden Grenzfälle kleiner und großer Frequenzen. Für diese Näherungen ist kein expliziter Ansatz für $\operatorname{Im}\epsilon(\omega)$ nötig; es soll allein verwendet werden, dass $\operatorname{Im}\epsilon(\omega)$ ein scharfes Maximum bei ω_n hat.
Bemerkung: Glg. (2) lässt sich leicht verifizieren mit Hilfe des aus der Vorlesung bekannten Modells der dielektrischen Suszeptibilität

$$\chi_e = \frac{Ne^2}{m}\frac{1}{\omega_n^2-\omega^2-i\gamma\omega}\,, \tag{3}$$

für ein Plasma mit Ladungsträgern der Ladung e, Masse m und Dichte N.