

# Übungsblatt 7

27.11.2014

## 1. Beschleunigte Bewegung

Eine zum Zeitpunkt  $t = 0$  im Ursprung eines Inertialsystems  $S$  ruhende Rakete begeben sich für  $t > 0$  auf eine Reise in positive  $x$ -Richtung. Die Beschleunigung gegenüber dem jeweiligen momentanen inertialen Ruhesystem  $S'$  habe den konstanten Wert  $a$ .

- Berechne die Viererbeschleunigung  $a^\mu = \frac{d\eta^\mu}{d\tau}$ , wobei  $\eta^\mu$  die Vierergeschwindigkeit und  $\tau$  die Eigenzeit ist.
- Berechne Dreiergeschwindigkeit  $\vec{u}(t)$ , Dreierbeschleunigung  $\vec{a}(t)$  und die Weltlinie  $\vec{x}(t)$  der Rakete im System  $S$ . Diskutiere die Grenzwerte  $at \ll c$  und  $t \rightarrow \infty$ .
- Zeichne ein Minkowski-Diagramm der Weltlinie und diskutiere das Resultat.

## 2. Interstellare Kommunikation

In der Rakete aus Aufgabe 1 befinde sich ein Astronaut.

- Bestimme den Grenzzeitpunkt  $t_G$  ab dem es nicht mehr möglich ist dem Astronauten vom Ursprung von  $S$  aus eine Nachricht (die Übertragungsgeschwindigkeit sei die Lichtgeschwindigkeit) zu senden. Was ist  $t_G$  in Jahren, wenn  $a$  gleich der Erdbeschleunigung<sup>1</sup> ist, also  $a = 9.81m/s^2$ ?
- An  $t_0 = 0.9t_G$  wird eine Abschiedsbotschaft gesendet. Wieviel Zeit ist für den Astronauten vom Start bis zur letzten Nachricht vergangen?

*Hinweis:*

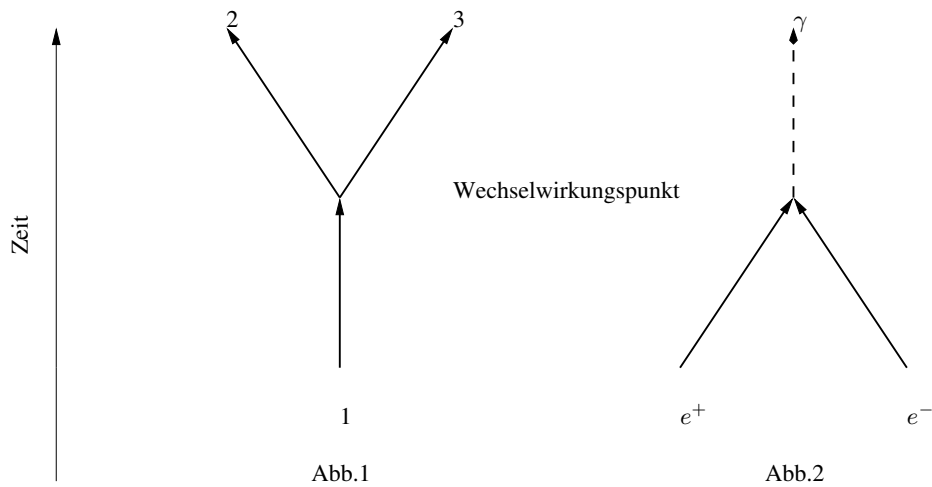
$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \operatorname{arsinh}(x) \quad (1)$$

## 3. Zerfalls- und Streuprozesse

Bei Zerfalls- und Stoßprozessen von Elementarteilchen ist der Gesamtviererimpuls vor und nach dem Prozess derselbe. Das entspricht der Erhaltung von Gesamtenergie und Gesamtimpuls. Betrachte einen Zerfallsprozess (Abb.1) und einen Paarvernichtungsprozess von einem Elektron und einem Positron unter Abstrahlung eines Photons (Abb.2) wie folgt:

---

<sup>1</sup>Das ermöglicht dem Astronauten ein angenehmes Leben, da er durch die Beschleunigung "künstliche Schwerkraft" spürt, die der Schwerkraft auf der Erde entspricht.



- (a) Zeige, dass der Zerfallsprozess in Abb.1 nur möglich ist, wenn für die Ruhemassen  $m_1, m_2, m_3$  der Teilchen gilt:  $m_1 \geq m_2 + m_3$ .
- (b) Sei  $m_1 \geq m_2 + m_3$ . Berechne die kinetischen Energien der Zerfallsprodukte 2, 3 in Abb.1 im Inertialsystem wo Teilchen 1 ruht.
- (c) Betrachte den Zerfallsprozess  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$  eines Kaons in zwei Pionen mit den Ruhemassen  $m_{K^+} = 493.7 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_{\pi^+} = 139.6 \text{ MeV}/c^2$  und  $m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}/c^2$ .
- (d) Zeige, dass der Paarvernichtungsprozess in Abb.2 nicht möglich ist.

*Hinweise:*

- Wähle ein geeignetes Bezugssystem und benütze die Lorentzinvarianz des Produkts von Vierervektoren.
- Der Viererimpuls des Photons ist gegeben durch

$$p^\mu = \hbar k^\mu \quad k^\mu = \left( \frac{\omega}{c}, \vec{k} \right).$$

Ankreuzbar: 1a, 1bc, 2ab, 3ab, 3cd