

# Übungsblatt 11

08.01.2015

## 1. Elektromagnetische Welle im Dielektrikum

Die Feldstärken einer polarisierten ebenen elektromagnetischen Welle sind

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)} \quad (1)$$

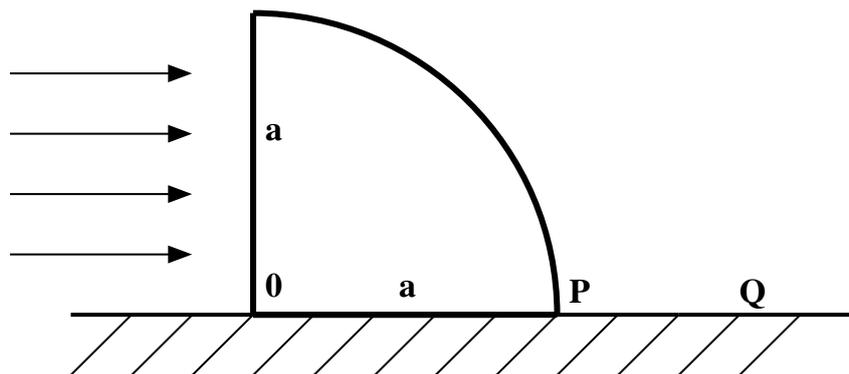
$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}. \quad (2)$$

Die elektromagnetische Welle breite sich in einem Dielektrikum aus. Schreibe nun die komplexe Amplitude des elektrischen Feldes als  $\vec{E}_0 = e^{i\Phi} \vec{E}_r$  wobei  $\Phi$  und  $\vec{E}_r$  reell sind.

- Bestimme die magnetische Amplitude  $\vec{B}_0$ .
- Bestimme den Poyntingvektor und die Intensität der elektromagnetischen Welle gemittelt über eine Periode.
- Berechne die über eine Periode gemittelte Energiedichte.
- Erkläre die physikalische Bedeutung der komplexen Größen  $\vec{E}_0$  und  $\vec{B}_0$ .

## 2. Totalreflexion

Licht fällt wie in der Abbildung dargestellt auf ein Glasprisma (Brechungsindex  $n = 1.5$  umgeben von Luft) dessen Querschnitt die Form eines Viertelkreises mit Radius  $a$  hat.



Die Region zwischen  $P$  und  $Q$  wird nicht durch das Licht, welches aus dem Prisma austritt, beleuchtet. Warum? Skizziere den Verlauf des Lichts durch das Prisma und berechne den Abstand zwischen  $0$  und  $Q$ .

*Hinweis:*

- Der Brechungsindex  $n$  ist das Verhältnis zwischen der Lichtgeschwindigkeit und der Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium:  $n = \frac{c}{v}$ .
- Das Reflexionsgesetz besagt, dass einfallender und reflektierter Winkel gleich sind.
- Das Snell'sche Brechungsgesetz gibt den Zusammenhang zwischen Einfallswinkel  $\theta$  und Brechungswinkel  $\theta'$  wenn das Licht zwischen zwei Dielektrika mit Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$  übergeht.

$$n_1 \sin \theta = n_2 \sin \theta' \quad (3)$$

### 3. TM und TE Polarisation

Eine elektromagnetische Welle bewege sich in einem Dielektrikum mit Brechungsindex  $n_1$  an  $x \leq 0$  und treffe auf ein Dielektrikum mit Brechungsindex  $n_2$ , das in der Region  $x > 0$  in der  $yz$ -Ebene ausgedehnt sei. Das elektrische Feld ist

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)} + \vec{E}_0'' e^{i(\vec{k}''\vec{x} - \omega'' t)} \quad x \leq 0 \quad (4)$$

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0' e^{i(\vec{k}'\vec{x} - \omega' t)} \quad x > 0. \quad (5)$$

In  $x \leq 0$  wird dadurch die einfallende und die reflektierte Welle beschrieben,  $x > 0$  die transmittierte Welle. Die Randbedingungen für das elektrische und das magnetische Feld implizieren, dass  $\omega = \omega' = \omega''$ . Weiters gilt  $k'' = k$  und  $k' = \frac{n_2}{n_1} k$ . Die magnetische Feldstärke kann über das Faraday'sche Gesetz bestimmt werden.

- (a) Wenn die magnetische Feldstärke normal zur Einfallsebene polarisiert wird, spricht man von TM (transverse magnetic) Polarisation. Dann gilt folgender Zusammenhang zwischen einfallender, reflektierter und transmittierter Amplitude:

$$E_0' = \frac{2\mu_2 n_1 \cos \theta}{\mu_2 n_1 \cos \theta' + \mu_1 n_2 \cos \theta} E_0 \quad E_0'' = \frac{\mu_1 n_2 \cos \theta - \mu_2 n_1 \cos \theta'}{\mu_2 n_1 \cos \theta' + \mu_1 n_2 \cos \theta} E_0. \quad (6)$$

Zeige, dass sich für  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$  der zweite Ausdruck zur Fresnelgleichung für TM polarisiertes Licht vereinfacht:

$$\frac{E_0''}{E_0} = \frac{\tan(\theta - \theta')}{\tan(\theta + \theta')}. \quad (7)$$

- (b) Wenn das elektrische Feld normal zur Einfallsebene polarisiert ist, spricht man von TE-Polarisation. Dann gilt

$$E_0' = \frac{2\mu_2 n_1 \cos \theta}{\mu_2 n_1 \cos \theta + \mu_1 n_2 \cos \theta'} E_0 \quad E_0'' = \frac{\mu_2 n_1 \cos \theta - \mu_1 n_2 \cos \theta'}{\mu_2 n_1 \cos \theta + \mu_1 n_2 \cos \theta'} E_0. \quad (8)$$

Zeige, unter der Annahme  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ :

$$\frac{\cos \theta'}{\cos \theta} T + R = 1 \quad (9)$$

für TE-polarisiertes Licht<sup>1</sup>, wobei der Reflexionskoeffizient  $R$  und der Transmissionskoeffizient  $T$  als die Verhältnisse der reflektierten/transmitierten und einfallenden Intensitäten sind (für  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ ):

$$R = \frac{\epsilon_1 v_1 (E_0'')^2 / 2}{\epsilon_1 v_1 (E_0)^2 / 2} \quad T = \frac{\epsilon_2 v_2 (E_0')^2 / 2}{\epsilon_1 v_1 (E_0)^2 / 2} \quad (10)$$

Ankreuzbar: 1ab, 1cd, 2, 3a, 3b

---

<sup>1</sup>Dieselbe Relation gilt auch für TM polarisiertes Licht.