Übungsblatt 2

für das Tutorium am 22.10.2015

1. **Spaß mit/ohne Einheiten**

   (a) Schreibe die Minkowski Metrik in 'Schiffseinheiten', $\eta_{\mu\nu} = diag(c_0^2, -c_1^2, -c_2^2, -c_3^2)$, so dass das entsprechende Linienelement die Form $ds^2 = c_0^2 dt^2 - c_1^2 dx^2 - c_2^2 dy^2 - c_3^2 dz^2$ annimmt. Bestimmen Sie c_0, c_1, c_2 und c_3 unter den folgenden Voraussetzungen: das Linienelement ds wird in Yard gemessen, die Zeit wird in Sekunden gemessen, die Höhe des Schiffes (z-Komponente) in Metern, die Entfernung des Schiffes vom Ufer Normal zur Bewegungsrichtung in Seemeilen (y-Komponente) und die Entfernung des Schiffes vom Ufer in Bewegungsrichtung in Knoten mal Stunden (x-Komponente).

   Hinweise: 1 Yard = 0.9144 Meter, 1 Seemeile = 1852 Meter, 1 Knoten = 1 Seemeile/Stunde, 1 Stunde = 3600 Sekunden, 1 Sekunde = 299792458 Meter/Lichtgeschwindigkeit.

   (b) Von nun an setzen wir $c = 1$ wie in der Vorlesung (bzw. alle $c_\mu = 1$ in der Minkowski Metrik oben), um uns das Leben zu erleichtern.
   Bestimme deine Größe in Sekunden, dein Alter in Metern und deine Ruheenergie in Kilogramm.
   Die Polizei stoppt dein Auto auf der Autobahn (Geschwindigkeitsbeschränkung $v \leq 130 km/h$) mit einer Geschwindigkeit von $v = 10^{-7}$. Warst du zu schnell unterwegs?

2. **Feldstärketensor einer bewegten Punktladung**
   Eine Ladung q bewege sich mit Geschwindigkeit $\vec{v} = v\vec{e}_x$. Definiere einen antisymmetrischen Tensor $r^{\mu\nu}$:
   $$r^{\mu\nu} = (u^\mu x^\nu - u^\nu x^\mu)\,, \tag{1}$$
   wobei u^μ die Vierergeschwindigkeit von q ist. Definiere weiter $r^2 = -\frac{1}{2} r^{\mu\nu} r_{\mu\nu}$.

   (a) Berechne r^2.

   (b) Zeige, dass
   $$F^{\mu\nu} = q\frac{r^{\mu\nu}}{(r^2)^{\frac{3}{2}}}. \tag{2}$$

   Hinweis: Das $\vec{E}$- und $\vec{B}$-Feld einer bewegten Ladung sind in Abschnitt 18.3 im Buch von Prof. Rebhan et al. gegeben.

3. **Thomaspräzession**
   Ein sehr schnelles Flugzeug ($\gamma \neq 1$) fliegt auf einer Kreisbahn um die Erde. Approximiere die Kreisbahn durch ein Polygon mit N Seiten, wobei $N \gg 1$. Im Erdsystem

ändert das Flugzeug nach durchfliegen einer Seite des Polygons den Kurs um $\theta = 2\pi/N$. Bestimme die nötigen Kursänderungen im Ruhesystem des Flugzeug während einer Erdumrundung.
Im Limes $N \to \infty$ erhalten wir wieder die Kreisbahn. Die Differenz $\Delta\theta$ von dem Ergebnis oben und den 2π, die man im Erdsystem erhält, folgt aus der Thomaspräzession, also daher, dass zwei Lorentzboost nacheinander einer *Drehung* mal einem Lorentzboost entsprechen. Dies ist detailliert im Buch von Prof. Rebhan auf den Seiten 344 und 345 erklärt.

4. **Energie- und Impulserhaltung**
Ein neutrales Kaon K^0 zerfällt in zwei geladene Pionen

$$K^0 \to \pi^+ + \pi^- \,. \tag{3}$$

Die Pionen haben entgegengesetzte Ladungen $\pm e$ und die gleiche Ruhemasse $m_\pi = 140 MeV$. Nehme an, dass ein Kaon in Ruhe in einem Magnetfeld von zwei Tesla in zwei Pionen zerfällt. Die Pionen bewegen sich aufgrund des Magnetfeldes auf einer Kreisbahn mit Radius $34.4cm$. Bestimme den Impuls und die Geschwindigkeit der Pionen und die Ruhemasse des Kaons.

Hinweis: Ein Teilchen mit Ladung $\pm e$, das sich in einem Magnetfeld B in Tesla auf einer Kreisbahn mit Radius R in Metern bewegt hat den Impuls $p = 300BR$, wobei p in MeV ist.

Ankreuzbar: 1, 2a, 2b, 3, 4