Übungsblatt 9

für das Tutorium am 10.12.2015

1. **Kraft auf eine bewegte Punktladung**
   Eine homogen geladene dünne Kreisscheibe mit Radius R und Gesamtladung q_1 bewegt sich relativ zu einem Inertialsystem S mit Geschwindigkeit V in Richtung ihrer Normalen (die Normalenrichtung sei die z-Richtung). Eine Punktladung q_2 befindet sich in S zum betrachteten Zeitpunkt im Abstand d oberhalb des Zentrums und besitzt momentan in S die Geschwindigkeit $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$, siehe Abbildung 1.

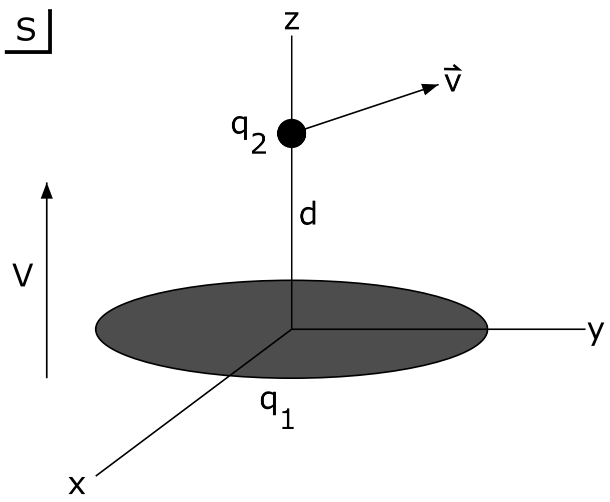

Figure 1: Punktladung im Feld einer geladenen Kreisscheibe

(a) Die Viererkraft K^μ (siehe Kapitel 10.2 im Buch von Prof. Rebhan) ist ein Lorentzvektor. Leite daraus das Transformationsverhalten der Dreierkraft für zwei Bezugssysteme ab, die sich relativ zu einander mit Geschwindigkeit V in z-Richtung bewegen. Verwende die Relation[1]

$$\frac{\gamma(v')}{\gamma(v)} = \gamma(V)\,(1 - v_z V)\,. \tag{1}$$

(b) Berechne die Kraft, die in S momentan auf die Punktladung wirkt und kommentiere das Ergebnis. Verwende das Resultat aus Aufgabe (a).
Hinweis: Berechne zunächst das elektrische Feld entlang der z-Achse im Ruhesystem der Kreisscheibe.

[1] Diese Identität kann man aus dem Trasformationsverhalten der Vierergeschwindigkeit ableiten.

2. **Der Stueckelberg Mechanismus**
Die (quellenlose) Proca-Lagrangedichte aus Beispiel 6.2,

$$L_{\text{Proca}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu \,, \tag{2}$$

ist nicht invariant unter Eichtransformation $A^\mu \to A^\mu + \partial^\mu \lambda(x)$.

   (a) Wir führen ein zusätzliches Skalarfeld $\phi(x)$ ein, das wie folgt unter Eichtransformationen transformiert $\phi(x) \to \phi(x) + m\lambda(x)$. Bestimme die einfachste Lagrangedichte $L_{\text{Skalar}} = L_{\text{Skalar}}(A^\mu, \phi)$, so dass die Stueckelberg-Lagrangedichte

$$L_{\text{Stueckelberg}} = L_{\text{Proca}} + L_{\text{Skalar}} \tag{3}$$

   invariant unter Eichtransformationen ist.

   (b) Bestimme die Euler-Lagrange-Gleichungen für A^μ und ϕ für $L_{\text{Stueckelberg}}$.

   Bemerkung: Die Vektorfelder, die für schwache Wechselwirkung zwischen Teilchen verantwortlich sind, erhalten eine Masse durch den Higgsmechanismus, der eine Verallgemeinerung des Stueckelberg-Mechanismus ist.

3. **Viererpotential**
Ein Teilchen mit Ladung q_1 hat in seinem Ruhesystem S' das Viererpotential $A^\mu(\vec{r}\,') = (\frac{q_1}{r'}, 0, 0, 0)$.

   (a) Berechne das Viererpotential im Laborsystem S in welchem sich das Teilchen mit der konstanten Geschwindigkeit $\vec{v} = (0, 0, v)^T$ bewegt.

   (b) Zeige, dass A^μ die Lorentzeichbedingung erfüllt. Wähle dafür ein möglichst einfaches Bezugssystem. Warum kann man das Bezugssystem frei wählen?

   (c) Berechne die Feldstärken $\vec{E}(\vec{r})$ und $\vec{B}(\vec{r})$. Hierzu zeige zuerst, dass $\vec{B} = \vec{v} \times \vec{E}$ und berechne $\vec{E}$.

   (d) Welche Kraft $\vec{F}$ übt von S aus gesehen das erste Teilchen auf ein zweites Teilchen der Ladung q_2 aus, das sich mit derselben Geschwindigkeit $\vec{v}$ wie das erste bewegt? Zerlege $\vec{F}$ in einen Anteil senkrecht und in einen parallel zur $z-$Achse: $\vec{F} = \vec{F}_\perp + \vec{F}_{||}$.

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2ab, 3ab, 3cd