3. Tutorium UE Statistische Physik II, 4.05.2015

6. Auf der mikroskopischen Ebene wird der Strom in elektrischen Schaltungen durch die Bewegung einzelner Ladungsträger hervorgerufen. Wenn die betrachteten Ströme sehr klein sind, lassen sich auch makroskopisch stochastische Schwankungen des Stromflusses auf Grund der diskreten Natur der Ladungsträger q beobachten („Schrotrauschen"). Für den gemessenen Strom im Intervall $(0, T)$ gilt dann ungefähr

$$I(t) = q \sum_{n=1}^{N} \delta(t - t_n)\,,\ 0 \leq t_n \leq T$$

   wobei der mittlere Strom $\langle I \rangle = qN/T$ beträgt.

   (a) Berechnen Sie die Fouriertransformierte $I(\omega)$ der Stromverteilung.

   (b) Berechnen Sie die spektrale Dichte $S_I(\omega)$ der Stromverteilung $S_I(\omega) = \langle I(\omega) I^*(\omega) \rangle$.

7. Betrachten Sie einen RL-Kreis (Serienschaltung) bestehend aus einem Widerstand R und einer Induktivität L bei der Temperatur T. Aufgrund der thermischen Bewegung der Elektronen entsteht in dem Schaltkreis ein stochastischer elektrischer Strom („Johnson-Nyquist-Rauschen"). Die resultierende stochastische Spannung fluktuiert um Null ($\langle U(t) \rangle = 0$) und ist delta-korreliert $\langle U(t_2) U(t_1) \rangle = g\delta(t_2 - t_1)$.

   (a) Verwenden Sie das Ohm'sche Gesetz und das 2. Kirchhoff'sche Gesetz („Maschenregel") und stellen Sie die Langevin Gleichung für den elektrischen Strom $I(t)$ auf.

   (b) Wie lautet $I(t)$ mit der Anfangsbedingung $I(t = 0) = I_0$?

   (c) Berechnen Sie den mittleren Strom $\langle I(t) \rangle$ und die Varianz $\sigma_I^2(t)$ für $t > 0$.

   (d) Bestimmen Sie die Korrelationsfunktion $\langle I(t_2) I(t_1) \rangle$.

   (e) Stellen Sie ausgehend von der Korrelationsfunktion $\langle I(t_2) I(t_1) \rangle$ einen Zusammenhang zwischen g und R, T, L im Equilibrium (thermischen Gleichgewicht) her. Für die mittlere magnetische Energie in der Spule gilt in dem Fall $\frac{1}{2} L \langle I_0^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$ mit $\langle I_0 \rangle = 0$.

   (f) Verwenden Sie das Wiener-Khinchin Theorem, um die spektrale Dichte $S_U(\omega)$ der zufällig fluktuierenden Spannung $U(t)$ zu bestimmen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Resultat für Schrotrauschen.

Zu kreuzen: 6a, 6b, 7ab, 7cd, 7e, 7f