Statistische Physik II (SS 2016): Tutorium 5

11. Skalierungsverhalten der freien Energie

Die Skalierungshypothese besagt, dass die freie Energie eines magnetischen Systems in der Nähe des kritischen Punkts eine verallgmeinerte homogene Funktion ist, d.h.

$$F(\lambda^x \tau, \lambda^y B) = \lambda F(\tau, B), \tag{1}$$

wobei $\tau = T - T_c/T_c$.

(a) Zeigen Sie, dass aus der Homogenitäte der freien Energie die universelle Beziehung

$$\tilde{m} = \frac{m(\tau, B)}{|\tau|^q} = Y\left(\tilde{b} = \frac{B}{|\tau|^p}\right), \tag{2}$$

zwischen der skalierten Magnetisierung $\tilde{m}$ und dem skalierten Magnetfeld $\tilde{b}$ folgt. Dabei ist $Y(\tilde{b})$ eine nicht näher bestimmte Funktion. Drücken Sie die Exponenten q und p durch Kombinationen von α, β, γ und δ aus.

(b) Betrachen Sie die Landau freie Energie eines magnetischen Systems

$$F(\tau, B; m) = a_0 \tau m^2 + b m^4 - B m. \tag{3}$$

Zeigen Sie, dass die daraus resultierende freie Energie $F(\tau, B) \equiv F(\tau, B; m(\tau, B))$ eine verallgemeinerte homogene Funktion der Variablen τ und B ist.

12. Landau-Theorie des ferroelektrischen Phasenübergangs

Eine ferroelektrische Phase ist durch das Auftreten einer spontanten elektrischen Polarisierung $\mathcal{P} \in \mathrm{R}$ charakterisiert, welche die Inversionssymmetrie des Kristallgitters bricht. In der Laudau Näherung wird die freie Energie des ferroelektrischen Materials in der Nähe des Phasenübergangs durch

$$F(T; \mathcal{P}) = a(T)\mathcal{P}^2 + b\mathcal{P}^4 + c\mathcal{P}^6 - \mathcal{E}\mathcal{P} \tag{4}$$

approximiert, wobei $a(T) = a_0(T - T_c^0)$ und $\mathcal{E}$ das externe elektrische Feld bezeichnet. Die Konstanten $a_0 > 0$, b und $c > 0$ können als temperaturunabhängig angenommen werden. Im Gegensatz zum Beispiel aus der Vorlesung kann b auch negative Werte annehmen.

(a) Skizzieren Sie $F(T; \mathcal{P})$ für verschiedene T, $\mathcal{E} = 0$ und für die zwei Fälle i) $b > 0$ und ii) $b < 0$. Argumentieren Sie qualitativ, warum es für $b > 0$ einen Phasenübergang 2. Ordnung bei $T = T_c^0$ gibt, aber für $b < 0$ ein Phasenübergang 1. Ordnung bei einer Temperatur $T = T_c > T_c^0$ stattfindet.

(b) Berechnen Sie T_c und das Verhalten von $\mathcal{P}(T)$ für $b > 0$ und $b < 0$ unter der Annahme $\mathcal{E} = 0$.

(c) Berechnen Sie für $b < 0$ und $\mathcal{E} = 0$ die latente Wärme $Q_L = T_c \Delta S$, die beim Übergang von der geordneten zur ungeordneten Phase notwendig ist. *Hinweis:* Die schwache temperaturabhängigkeit von $\mathcal{P}$ kann für $T < T_c$ vernachlässigt werden.

(d) Für $b = 0$ existiert bei $T = T_c$ ein sogenannter *trikritischer Punkt*. Berechnen Sie für diesen Fall die kritischen Exponenten α, β, γ and δ.

Kreuze für: 11a), 11b), 12a), 12b), 12c), 12d)