
Gerhard Kahl
THERMODYNAMIK (UE – 136.088)

4. Übungstermin (2.5.2022)

U9. Im Rahmen des Einstein-Modells für einen drei-dimensionalen Festkörper werden die Teilchen (mit Masse m) als harmonische Oszillatoren (mit der Frequenz ω) angesehen, die um ihre Ruhelagen oszillieren. Das Volumen V wird als konstant angenommen (was nicht der Realität entspricht), die Teilchenzahl N ist konstant. Die Energie der Teilchen setzt sich somit aus ihrer kinetischen und ihrer potentiellen Energie zusammen.

Beantworten Sie folgende Fragen:

- (a) geben Sie die Hamilton-Funktion \mathcal{H} dieses Modells an und geben Sie an, wieviele (mechanische) Freiheitsgrade das System hat, die quadratisch in die Hamilton-Funktion eingehen;
- (b) schreiben Sie – basierend auf dem Äquipartitionstheorem – die Zustandsgleichung $U = U(T, N)$ an;
- (c) ermitteln Sie – ähnlich wie für das ideale Gas in den Folien zu Kapitel 4 – die fundamentale Gleichung $S = S(U, N)$;
- (d) berechnen Sie C_V ; wie heißt dieses Gesetz.

U10. Wie in der Vorlesung gezeigt, sind die thermische und die kalorische Zustandsgleichung durch folgende Relation (unter Weglassung der Argumente) verbunden:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P = T^2 \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{P}{T}\right)\right]_V$$

Zeigen Sie:

- (a) durch die thermische Zustandsgleichung ist die Wärmekapazität bei konstantem Volumen, C_V bis auf eine Funktion $f(T)$ bestimmbar; geben Sie die (differentielle) Relation zwischen $C_V(V, T)$ und $P(V, T)$ an;
- (b) es ist die thermische Zustandsgleichung

$$P(V, T) = a \frac{T}{V^2}$$

gegeben (a ist konstant);

ermitteln Sie (b-i) das allgemeine Ergebnis für C_V ; (b-ii) nehmen Sie an, daß $f(T)$ in T linear ist; berechnen Sie daraus $U = U(T, V)$

(c) es ist die thermische Zustandsgleichung;

$$P^2(V, T) = a \frac{T}{V}$$

gegeben (a ist konstant);

ermitteln Sie (c-i) das allgemeine Ergebnis für C_V ; (c-ii) nehmen Sie an, daß $f(T)$ in T linear ist; berechnen Sie daraus $U = U(T, V)$.

Zu kreuzen: 9ab, 9cd; 10a, 10b, 10c