

①

Ein Zug fährt mit einer Geschwindigkeit  $v_0 = 100 \text{ km/h}$ ; er wird durch eine Bremsung gleichmäßig verzögert und kommt nach  $s_B = 500 \text{ m}$  zum Stillstand.

a) Berechnen Sie die Bremszeit  $t_B$  und die Bremsverzögerung  $a$ ;

b) Stellen Sie die Bewegung im  $t$ - $s$ ,  $t$ - $v$ ,  $t$ - $a$  Diagramm dar.

momentan geschwindigkeit  $v = v_0 - at$

Bremszeit ist Zeit bis  $v=0$ !  $0 = v_0 - at_B \Rightarrow$

$$t_B = \frac{v_0}{a} \quad \text{bzw.} \quad a = \frac{v_0}{t_B}$$

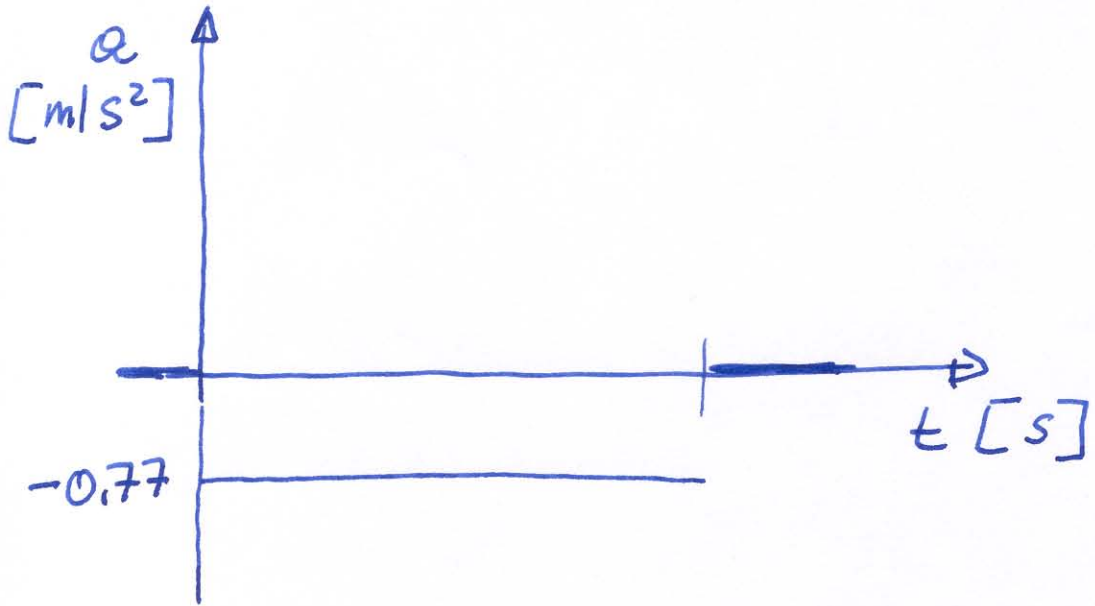
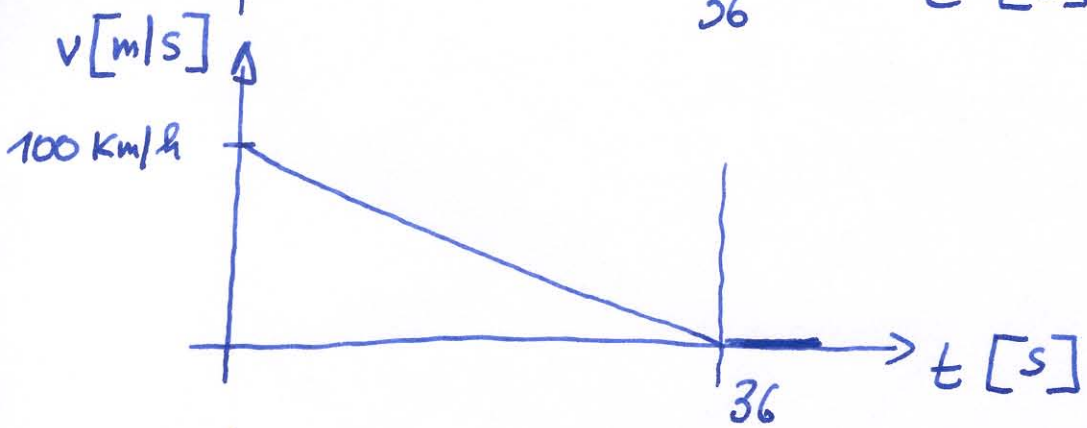
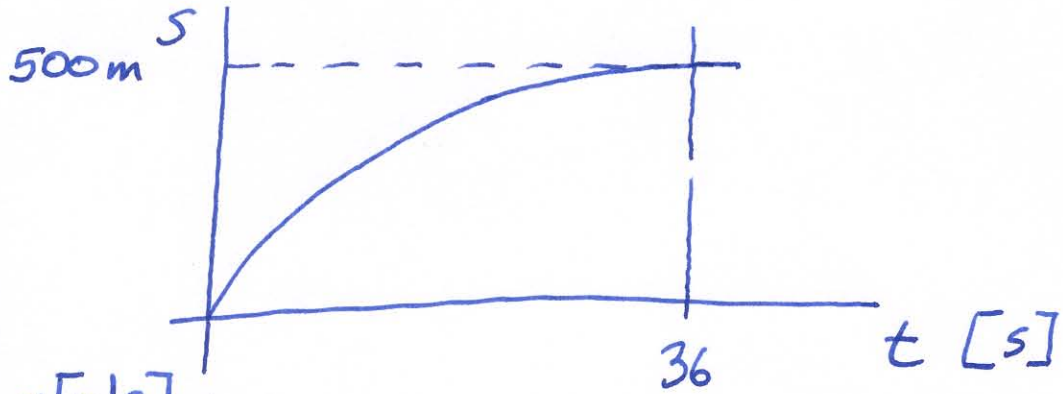
$$s = v_0 t - \frac{a}{2} t^2 \quad (\text{"-" wegen Verzögerung})$$

$$s_B = v_0 t_B - \frac{1}{2} \frac{v_0}{t_B} t_B^2 = v_0 t_B - \frac{v_0 t_B}{2} = \frac{v_0 t_B}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{t_B} = \frac{2s_B}{v_0} = \frac{2 \cdot 500 \text{ m}}{\frac{100 \text{ km/h}}{3.6}} = \underline{36 \text{ s}}$$

$$\underline{a} = \frac{v_0}{t_B} = \frac{100 \text{ km/h} / 3.6}{36} = \frac{100}{36 \cdot 3.6} = \underline{\underline{0.77 \text{ m/s}^2}}$$

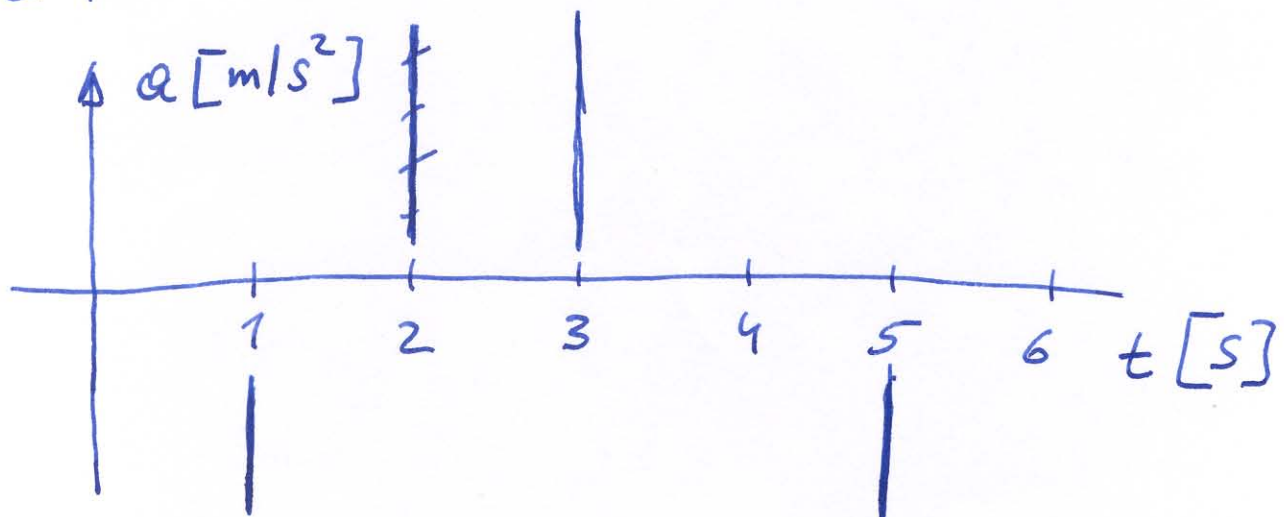
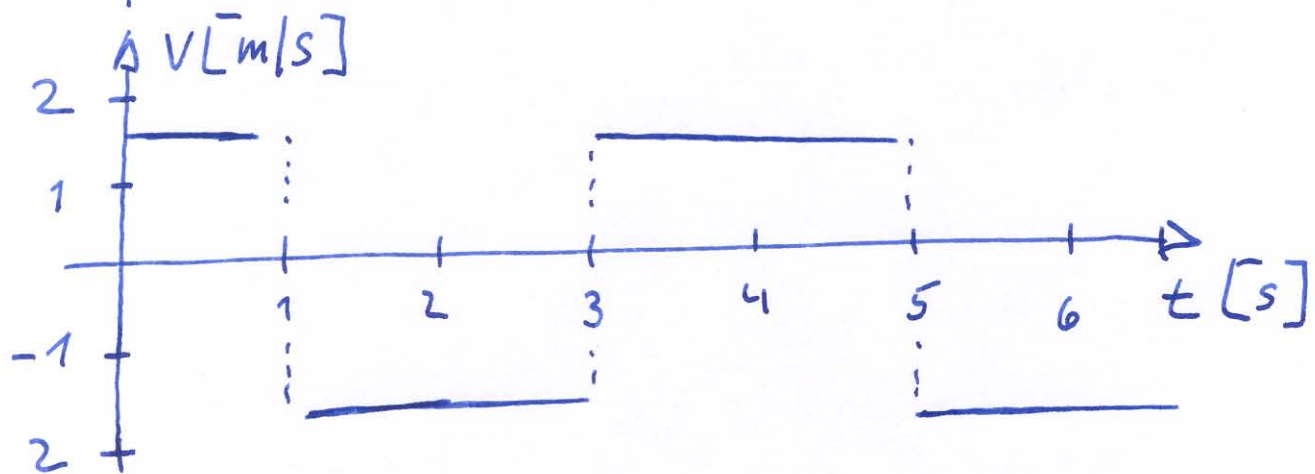
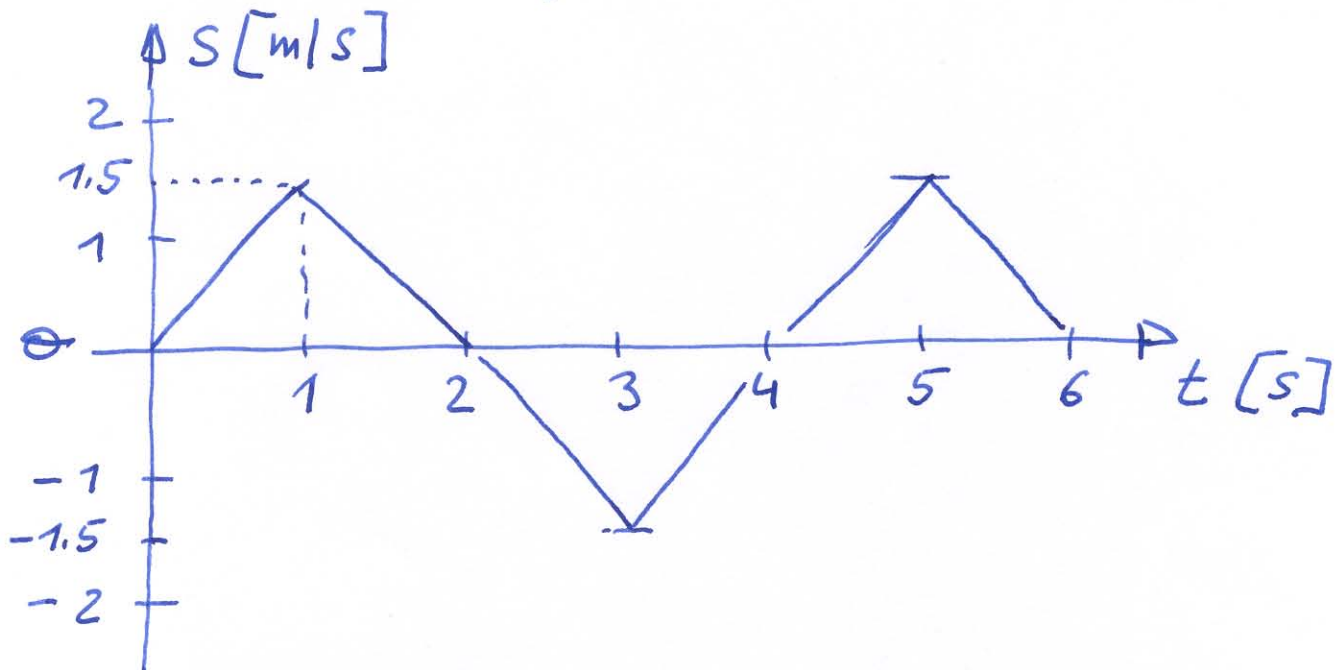
zu 1)



2) Die nachstehende Abbildung zeigt die Bewegung einer Stahlkugel.

a) beschreiben Sie die Bewegung der Kugel.

b) zeichnen Sie das  $t-v$  und das  $t-a$  Diagramm.





③

Bestimmen Sie die Entfernung eines geostationären Satelliten

Wir vergleichen mit Daten des Mondes

$$T_M = 27 \text{ Tage} \quad r_{ME} = 380\,000 \text{ km}$$

$$T_{SAT} = 1 \text{ Tag (geostationär)}$$

3. Keplersches Gesetz:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

$$r_{SAT} = r_{ME} \cdot \left(\frac{T_{SAT}}{T_M}\right)^{\frac{2}{3}} =$$

$$= r_{ME} \cdot \left(\frac{1 \text{ Tag}}{27 \text{ Tage}}\right)^{\frac{2}{3}} = r_{ME} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{r_{ME}}{9} \approx 42\,000 \text{ km}$$

4

Es wird häufig die Ansicht vertreten, dass ein Frontalzusammenstoß von zwei Fahrzeugen gleicher Masse und gleicher Geschwindigkeit  $|v_1| = 50 \text{ km/h}$  einem Auffahrunfall eines der Fahrzeuge mit  $v_2 = 100 \text{ km/h}$  (auf starre Wand) entspricht.

Begründen Sie Ihre Antwort!

a) kin. Energie eines Fahrzeugs  $E_k = \frac{m v_1^2}{2}$   
beide Fahrzeuge:  $E_{\text{gesamt}} = 2 E_k = m v_1^2$   
Beim Aufprall verteilen sich die Energien  
 $\Rightarrow$  Verformungsenergie  $E_k = \frac{m v_1^2}{2} \dots$

b)  $v_2 = 2 v_1$

$$E_k' = \frac{m v_2^2}{2} = \frac{4 m v_1^2}{2} = 4 E_k$$

diese Energie wirkt auf ein Fahrzeug (starre Wand, ohne Deformation)

Obige Ansicht also falsch !!

5

Ein massives homogenes Zylinder  
mit Masse  $m = 10 \text{ kg}$  und Radius  
 $r = 12 \text{ cm}$  rollt auf horizontaler  
Ebene mit Winkelgeschwindigkeit  
 $\omega = 2/\text{s}$ .

Berechnen Sie die gesamte Bewegungs-  
energie des Zylinders.

(Trägheitsmoment des Zylinders:  
 $I_z = \frac{1}{2} m r^2$ )

$$\begin{aligned} \underline{\underline{E_k}} &= \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} & v &= \omega \cdot r \\ &= \frac{m\omega^2 r^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} & I &= \frac{mr^2}{2} = \frac{10 \cdot 0.12^2}{2} \\ &= \frac{10 \cdot 4 \cdot 0.12^2}{2} + \frac{0.072 \cdot 4}{2} = \\ &= 0.288 + 0.144 = \underline{\underline{0.432 \text{ Joule}}} \end{aligned}$$



6

Wena in Warmwasseranlage

p und v in Rohr mit  $\phi$  26 cm  
5 m oberhalb des Kellers;

im Keller:  $v = 0.5 \text{ m/s}$

$p = 3 \text{ bar}$

$\phi = 4 \text{ cm}$

(Rohre verzweigen sich nicht!)

Kontinuitätsgleichung:

$v_2 \cdot A_2 = v_1 \cdot A_1$

$v_2 = \frac{v_1 \cdot A_1}{A_2} = \frac{v_1 \cdot \pi r_1^2}{\pi r_2^2} =$

$= 0.5 \text{ [m/s]} \cdot \frac{2^2}{1.3^2} = \underline{\underline{1.2 \text{ m/s}}}$

auch aus Bernoulli Gleichung

$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g \cdot y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$

$p_2 = p_1 + \rho \cdot g (y_1 - y_2) + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$

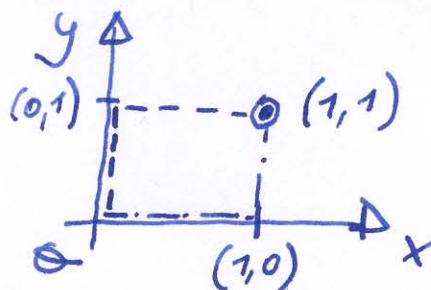
$= 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 + 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 (-5 \text{ m}) +$

$+ \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 [(0.5 \text{ m/s})^2 - (1.2 \text{ m/s})^2] = \underline{\underline{-2.5 \text{ bar}}}$

$= 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 - 4.9 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 - 6 \cdot 10^2 \text{ N/m}^2 = \underline{\underline{2.5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}}$

7

Kraft  $\vec{F} = \begin{pmatrix} -x^2 + y^2 \\ 3xy \end{pmatrix}$



Berechne das Linienintegral auf den gegebenen Wegen und vergleiche, ob die Arbeit übereinstimmt

$$A = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int F_x dx + F_y dy ;$$

$$A_1 = \int_{(0,0)}^{(1,0)} F_x dx + \int_{(0,0)}^{(1,0)} F_y dy + \int_{(1,0)}^{(1,1)} F_x dx + \int_{(1,0)}^{(1,1)} F_y dy =$$

= 0 "y" ändert sich nicht      = 0 "x" ändert sich nicht

$$= \int_0^1 (y^2 - x^2) dx + \int_0^1 3xy dy =$$

$$= y^2 x - \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \frac{3xy^2}{2} \Big|_0^1 = -\frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{7}{6}$$

$$A_2 = \int_{(0,0)}^{(0,1)} F_x dx + \int_{(0,0)}^{(0,1)} F_y dy + \int_{(0,1)}^{(1,1)} F_x dx + \int_{(0,1)}^{(1,1)} F_y dy =$$

$$= \int_{x=0}^1 3xy dy + \int_{y=1}^1 (y^2 - x^2) dx =$$

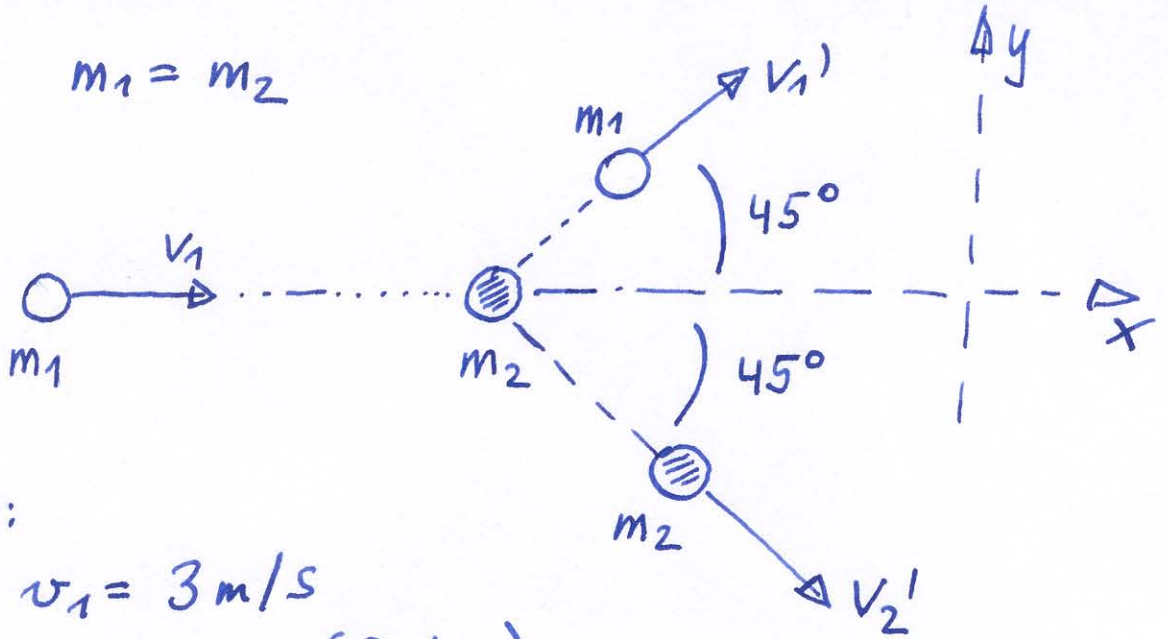
$$= \int_0^1 (y^2 - x^2) dx = y^2 x - \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$A_1 \neq A_2$



8

$$m_1 = m_2$$



Start:

$$m_1: v_1 = 3 \text{ m/s}$$

$$m_2: v_2 = 0 \text{ (Ruhe)}$$

$$\Theta_1 = 45^\circ$$

$$\Theta_2 = -45^\circ$$

IMPULSERHALTUNG

$$P_{\text{ANF}} = P_{\text{ENDE}}$$

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \quad (m_1 = m_2)$$

Impulsvektor bleibt erhalten.  
daher: jede Komponente bleibt erhalten!

$$\text{x-Richtung: } m v_1 = m v_1' \cos 45^\circ + m v_2' \cos(-45^\circ)$$

$$\text{y-Richtung: } 0 = m v_1' \sin 45^\circ + m v_2' \sin(-45^\circ)$$

m kürzen und  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

$$\underline{\underline{v_2'}} = -v_1' \cdot \frac{\sin(45^\circ)}{\sin(-45^\circ)} = -v_1' \left( \frac{\sin 45^\circ}{-\sin 45^\circ} \right)$$

$$= \underline{\underline{v_1'}}$$

Wie vermutet: beide Geschwindigkeiten gleich groß!

8a

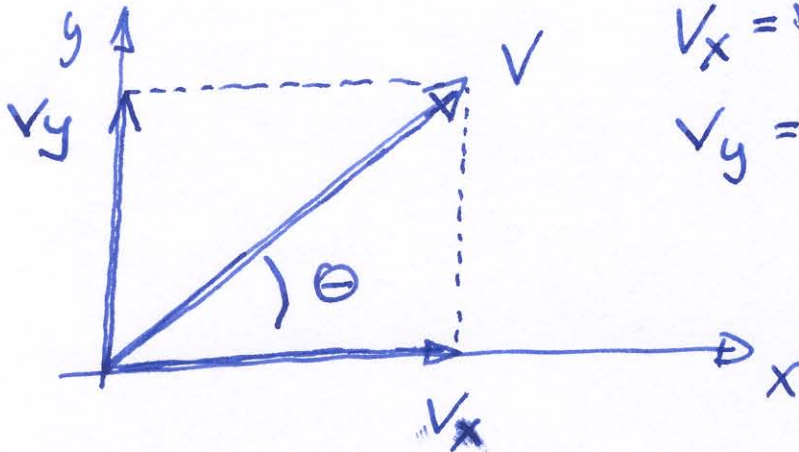
x-Komponente

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$v_1 = v_1' \cos(45^\circ) + v_2' \cos(-45^\circ) = \\ = 2 v_1' \cos(45^\circ) \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{v_1'}} = \frac{v_1}{2 \cos(45^\circ)} = \frac{3 \text{ m/s}}{2 \cdot 0,707} = \underline{\underline{2,1 \text{ m/s}}}$$

Beachte:



$$V_x = V \cos(\theta) \\ V_y = V \sin(\theta)$$