

## ÜBUNG 2 – Beispiel a: Wirkungsquerschnitte für Neutron-Kernstreuung

**Hintergrund:** – Die Beschreibung von elastischer Neutron-Kernstreuung im Rahmen des Optischen Modells ist eine Standardmethode der Kernphysik und Ausgangspunkt für die meisten Berechnungen von Kernreaktionen. In diesem Beispiel sollen der elastische differentielle Wirkungsquerschnitt, der Reaktionswirkungsquerschnitt sowie der Transmissionskoeffizient für Neutron-<sup>40</sup>Ca Streuung berechnet werden. Letzterer ist als Eingangsparameter vor allem für das statistische Modell wichtig. Man verwende die folgenden Werte der Konstanten:

$\hbar c = 197.327053(59)$  [MeV fm]      Atomic Mass Unit – amu = 931.4944 [MeV]  
 Masse des Neutrons: 1.00866489 [amu]      Masse und Massezahl von <sup>40</sup>Ca: 39.962591 [amu], A=40

**Problemstellung:** – Nehmen sie an, dass die Neutron-Kernstreuung durch das optische Potential von Wilmore und Hodgson beschrieben wird,

$$V_{\text{opt}}(r) = -\frac{V_0 + iW_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{a_0}\right)} - i \frac{4W_D \exp\left(\frac{r - R_D}{a_D}\right)}{\left[1 + \exp\left(\frac{r - R_D}{a_D}\right)\right]^2}$$

mit den Parametern

$V_0 = 47.01 - 0.267 E_{\text{Lab}}$  [MeV],  $W_0 = 0$  [MeV],  $W_D = 9.52 - 0.053 E_{\text{Lab}}$  [MeV]  
 $r_0 = 1.322 - 0.00076A$  [fm],  $r_D = 1.266 - 0.00037A$  [fm],  $a_0 = 0.66$  [fm],  $a_D = 0.48$  [fm].  
 $R_0 = r_0 A^{0.33333}$ ,  $R_D = r_D A^{0.33333}$

Bestimmen Sie den elastischen differentielle Neutron-<sup>40</sup>Ca-Wirkungsquerschnitt, den Reaktionswirkungsquerschnitt und die Transmissionskoeffizienten bei  $E_{\text{Lab}} = 10$  MeV und  $E_{\text{Lab}} = 50$  MeV.

**Aufgaben:** – Führen Sie folgende Aufgaben durch:

- (1) Schreiben Sie ein Programm zur Bestimmung der Streulösung der radialen Schrödingergleichung für ein komplexes Potential und variabler Bahndrehimpulsquantenzahl,
 
$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] + V_{\text{opt}}(r) \right\} u_\ell(r) = E u_\ell(r)$$
 mit der Schwerpunktsenergie  $E$
- (2) Berechnen Sie aus der asymptotischen Lösung der Schrödingergleichung für alle relevanten Bahndrehimpulsquantenzahlen die komplexen Streuphasen.
- (3) Bestimmen Sie die komplexe Streuamplitude für den gesamten Winkelbereich und berechnen Sie den differentielle Wirkungsquerschnitt bei den beiden angegebenen Energien.
- (4) Berechnen Sie bei den beiden Energien die Reaktionswirkungsquerschnitte und zeichnen Sie die entsprechenden Transmissionskoeffizienten als Funktion von der Bahndrehimpulsquantenzahl.

**Hinweise:**

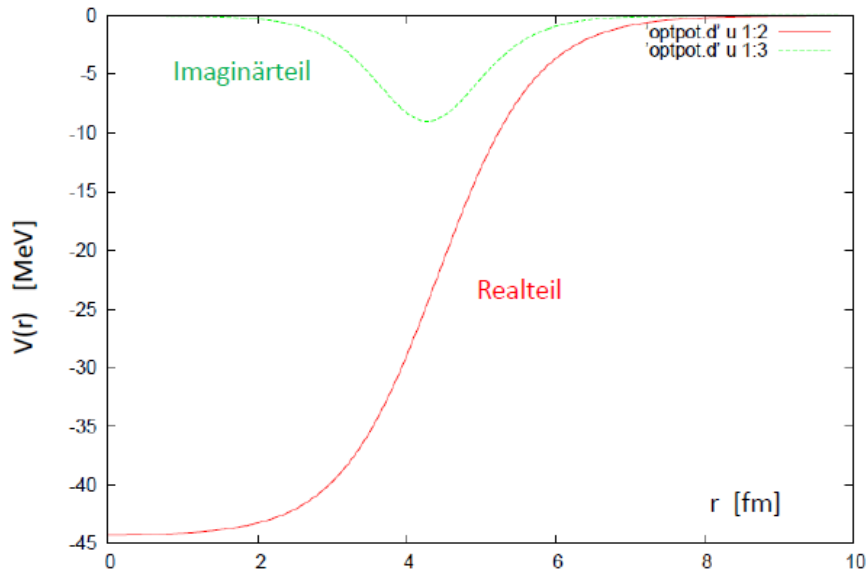
Verwenden Sie die Rekursionsformeln  $[u_\ell(x) = j_\ell(x), n_\ell(x)]$ :

$$(\ell + 1)P_{\ell+1}(x) = (2\ell + 1)xP_\ell(x) - \ell P_{\ell-1}(x) \quad \text{mit} \quad P_0(x) = 1 \quad \text{und} \quad P_1(x) = x$$

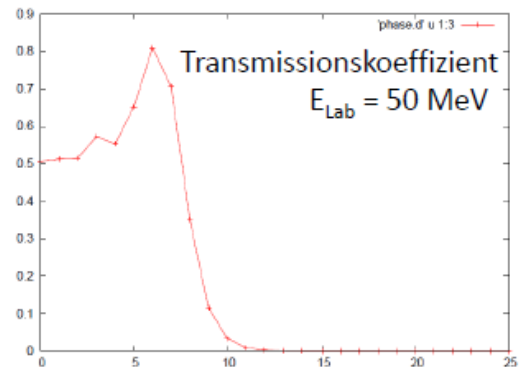
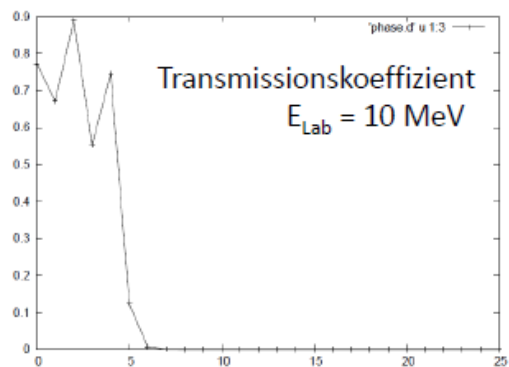
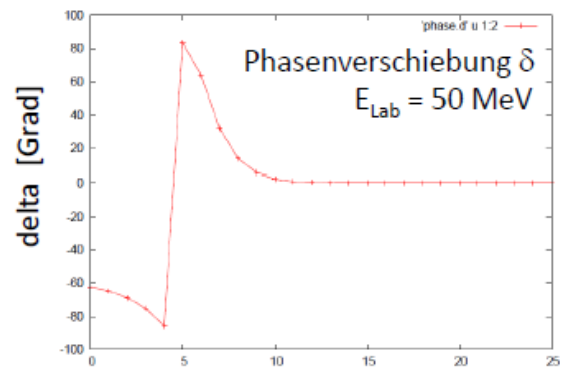
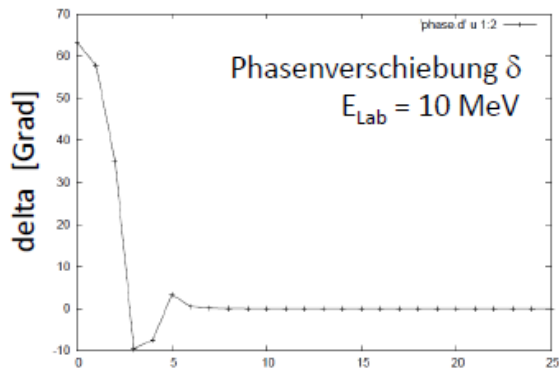
$$u_{\ell+1}(x) + u_{\ell-1}(x) = \frac{2\ell + 1}{x} u_\ell(x) \quad \text{mit} \quad n_0(x) = -\frac{\cos x}{x}, \quad n_1(x) = -\frac{\sin x}{x} - \frac{\cos x}{x^2} \quad \text{und} \quad j_1(x) = \frac{\sin x}{x}.$$

## Ergebnisse Übung 2a – Wirkungsquerschnitte für Neutron-Kernstreuung

Optisches Potential:



Phasenverschiebung und Transmissionskoeffizienten



## Differentieller elastischer Wirkungsquerschnitt

