

## Kernbeispiele Schwingungen 2015

1. Eine Masse  $m$  schwingt an einer Feder gemäß der Gleichung

$$z(t) = A \sin(\omega t + \beta) + z_0.$$

- Ist dies eine ungedämpfte freie, eine gedämpfte freie, oder eine erzwungene gedämpfte Schwingung?  
Berechne allgemein aus dieser Formel:
- Position und Geschwindigkeit zurzeit  $t=0$ .
- Die maximale Geschwindigkeit. An welcher Position  $z$  wird sie erreicht?
- Die Federkonstante aus  $m$  und  $\omega$ .

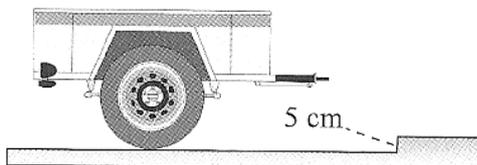
### 2. Ungedämpfte freie Schwingung

Eine Masse  $m=0,1\text{ kg}$  schwingt ungedämpft an einer Feder. Die Schwingungsdauer ist  $T=0,4\text{ s}$ . Zum Zeitpunkt  $t=0$  hat die Masse gerade eine Auslenkung von  $x_0=11\text{ cm}$  von der Ruhelage und eine Geschwindigkeit von  $v_0=-60\text{ cm/s}$ .

- Wie groß ist die Kreisfrequenz  $\omega_0$ ?
- Wie groß ist die Federkonstante?
- Wie groß ist die in der Schwingung enthaltene Energie?
- Wie groß ist die Amplitude, d.h. die maximale Auslenkung von der Ruhelage, der Schwingung?
- Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit der Masse? An welchem Ort  $x$  wird sie erreicht?
- Zeichnen Sie die Schwingungsfunktion  $x(t)$ . Wie groß ist die Phase  $\varphi$ , wenn die Schwingung mittels der Formel  $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$  dargestellt wird?
- An welchen Punkten erfährt die Masse die maximale Beschleunigung und wie groß ist diese? (Betrag nehmen)

### 3. Gedämpfte freie Schwingung

Ein Anhänger wird als gedämpftes schwingendes System (=ein sogenannter harmonischer Oszillator) angesehen mit zwei Federn und zwei Stoßdämpfern. Die Federn haben die Gesamtfederkonstante  $D=6 \cdot 10^4\text{ N/m}$ . Die Stoßdämpfer repräsentieren eine Dämpfungskonstante  $k$ . Die Federn, Stoßdämpfer und Räder werden masselos angenommen. Die Gesamtmasse des Anhängers inklusive Zuladung ist  $m = 400\text{ kg}$ .



- Wie stark werden die beiden Federn bei stehendem Anhänger eingedrückt?
- Bei der Fahrt über eine schlechte Straße, springt der Anhänger über eine  $5\text{ cm}$  hohe Stufe. Die Abklingkonstante beträgt  $\delta = 5\text{ s}^{-1}$ . Mit welcher Frequenz schwingt das Fahrzeug nach Überfahren der Stufe auf und ab?
- Wie lange dauert es, bis die Schwingungsamplitude auf 10% des Anfangswertes abgefallen ist?
- Wie groß müsste die Masse des Anhängers inklusive Zuladung sein, damit er mit den gegebenen Federn und Stoßdämpfern kritisch gedämpft wäre?

#### 4. Erzwungene gedämpfte Schwingung

Ein Rüttelgerät wird als gedämpfter Federschwinger in Resonanz ( $f_{\text{Resonanz}} = 20 \text{ Hz}$ ) betrieben. Es benötigt zur Kompensation der Dämpfung eine Leistung von 880 W. Die schwingende Masse beträgt 100 kg. Beim Abstellen der Maschine klingt die Amplitude in 1,2 s auf den halben Wert ab.

- Welche Amplitude stellt sich im Betriebszustand ein?
- Welche maximale Beschleunigung erreicht die geschüttelte Masse? (das ist z.B. beim Mischen von Substanzen verschiedener Dichte wichtig.)

#### 5. Messung der Viskosität durch freie gedämpfte Schwingung

Die Viskosität von Schmieröl kann durch die Schwingungsfrequenz einer Kugel gemessen werden, die an einer Feder hängt und im Öl schwingt. Über die Bestimmung der Schwingungsfrequenz erhält man die Viskosität. Grundlage ist das Stoke'sche Gesetz, wonach die Reibungskraft einer langsam bewegten Kugel in einem Fluid proportional der Geschwindigkeit  $v$  ist:

$$F_R = -6\pi\eta r v$$

Hier ist  $r$  der Radius der Kugel und  $\eta$  die Viskosität des Öls. Nach Gl.14s ist also der Reibungskoeffizient

$$k = 6\pi\eta r$$

Die Kugel sei aus Gold (Dichte:  $\rho = 19320 \text{ kg/m}^3$ ) und habe einen Radius  $r = 6 \text{ cm}$ . Die Feder habe eine Federkonstante von  $D = 35000 \text{ N/m}$ . Man beobachtet nach Auslenkung und Loslassen der Kugel eine schwach gedämpfte Schwingung deren Amplitude in einer Zeit von 5,6 s um den Faktor  $1/e$  kleiner wird.

- Wie groß wäre die Schwingungsfrequenz außerhalb des Öls (dann sei Reibung vernachlässigbar)?
- Wie groß ist die Viskosität des Öls?
- Wie viele Perioden schwingt die Kugel während die Schwingungsamplitude um den Faktor  $1/e$  abnimmt? (Diese Größe einer freien gedämpften Schwingung heißt Q-Faktor.)
- Wäre die Schwingungsfrequenz auf dem Mond eine andere?

