40. Fermigasmodell
Verifiziere, dass

$$\psi(\vec{r}) = X_{nx}(x)Y_{ny}(y)Z_{nz}(z) \qquad E = E_{nx}+E_{ny}+E_{nz} = \frac{\hbar^2 k_{nx}^2}{2m}+\frac{\hbar^2 k_{ny}^2}{2m}+\frac{\hbar^2 k_{nz}^2}{2m}$$

mit

$$\begin{aligned} X_{nx}(x) &= \sqrt{\tfrac{2}{L}}\sin(k_{nx}x) \quad , & k_{nx} &= \frac{\pi}{L}n_x \quad , & n_x &= 1,2,3,\ldots \\ X_{ny}(y) &= \sqrt{\tfrac{2}{L}}\sin(k_{ny}y) \quad , & k_{ny} &= \frac{\pi}{L}n_y \quad , & n_y &= 1,2,3,\ldots \\ X_{nz}(z) &= \sqrt{\tfrac{2}{L}}\sin(k_{nz}z) \quad , & k_{nz} &= \frac{\pi}{L}n_z \quad , & n_z &= 1,2,3,\ldots \end{aligned}$$

Lösungen der Schrödingergleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) = E\psi$$

sind, die auch die Randbedingungen

$$X(0) = Y(0) = Z(0) = X(L) = Y(L) = Z(L) = 0$$

erfüllen.

41. Im Fermigasmodell kann man unterschiedliche Randbedingungen für die Wellenfunktionen annehmen. Eine Möglichkeit ist, einen Potentialtopf mit unendlich hohen Wänden anzunehmen, so dass die Wellenfunktion am Rand verschwindet. Eine andere Möglichkeit ist die Annahme periodischer Randbedingungen. Untersuche in beiden Fällen den Zusammenhang zwischen dem Fermiimpuls und der Teilchendichte.

42. Fermionensysteme: Warum sind zwei Protonen oder Neutronen für eine antisymmetrische Spinfunktion stärker gebunden als für eine symmetrische Spinfunktion?

43. Schalenmodell
Schätze aus Abb. 4.40 die Abweichung der experimentell bestimmten Bindungsenergien von der Weizsäckerformel ΔB und $\Delta B/A$ in MeV im Bereich der magischen Neutronenzahlen N_{mag} =2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 ab. Schätze aus Abb. **??** den Unterschied in den Separationsenergien für die Neutronenzahlen $N_{\text{mag}} \pm 1$ und die Protonenzahlen $Z_{\text{mag}} \pm 1$ ab, wobei die magischen Neutronenzahlen N_{mag} =8, 20, 28, 50, 82, 126 und die magischen Neutronenzahlen Z_{mag}=8, 20, 28, 50, 82 sind.