Zuname: .... **Vorname:** ....

Matrikelnummer: .... **Punkte:** .... **Note:** ....

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenreihe

$$\vec{x} = (1.23, 0.59, 12.38, 0.54, 2.75, 13.96, 7.67, 3.62, 0.26, 0.21, 11.09, 0.18, 0.26, 4.34, 1.34, 11.72)$$

(a) das Stichprobenmittel

➠ **Ergebnis:** $\bar{x} =$ .... (1P) ___

(b) den Stichprobenmedian

➠ **Ergebnis:** $\tilde{x} =$ .... (1P) ___

(c) die Interquartilsdistanz

➠ **Ergebnis:** $IQD =$ .... (1P) ___

(d) den Schiefekoeffizienten

➠ **Ergebnis:** $SK =$ .... (1P) ___

2. Ein medizinischer Test liefert bei 94% der kranken und bei 8% der gesunden Personen ein positives Ergebnis. Die Häufigkeit der Erkrankung in der gesamten Bevölkerung beträgt 2%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Reihenuntersuchung

   (a) ein Patient mit positivem Test tatsächlich krank ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_1 =$ .... (1P) ___

   (b) ein Patient mit positivem Test trotzdem gesund ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_2 =$ .... (1P) ___

   (c) ein Patient mit negativem Test tatsächlich gesund ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_3 =$ .... (1P) ___

   (d) ein Patient mit negativem Test trotzdem krank ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_4 =$ .... (1P) ___

3. Sie entnehmen einer Lieferung von Widerständen zufällig $n = 10$ Stück, wobei Sie jedes Stück wieder zurücklegen. Sie wissen, daß die Fehlerquote bei der Produktion durch die Zahl $p = 0.035$ gegeben ist.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit W, daß Sie höchstens $k = 2$ fehlerhafte Widerstände ziehen?

   ➽ **Ergebnis:** $W =$ .... (1P) ___

   (b) Wie groß ist die zu erwartende Anzahl E von fehlerhaften Stücken, und wie groß ist ihre Standardbweichung σ?

   ➽ **Ergebnis:** $E =$ .... (1P) ___

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma =$ .... (1P) ___

   (c) Wie klein muß p sein, damit die Wahrscheinlichkeit einer fehlerlosen Stichprobe vom Umfang 10 über 99% steigt?

   ➽ **Ergebnis:** $p \leq$ .... (1P) ___

4. Zwei Widerstände mit Nennwert $R_1 = 100\,\Omega$ und $R_2 = 500\,\Omega$ sind parallelgeschaltet. Der tatsächliche Wert weicht mit einer relativen Standardabweichung von $\sigma_1 = 1.5\%$ bzw. $\sigma_2 = 1\%$ vom Nennwert ab. Berechnen Sie die relative Standardabweichung des Gesamtwiderstands $R = 1/(1/R_1 + 1/R_2)$.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma(R)/R =$ .... (4P) ___

5. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 250$ stammt aus einer Student-t-Verteilung mit $n = 4$ Freiheitsgraden. Bestimmen Sie die Standardabweichung

   (a) des Stichprobenmittels

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ .... (2P) ___

   (b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ .... (2P) ___

   Hinweis: $f_t(0|4) = 0.3750$

6. Eine Messreihe der Länge $n = 60$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ. Die Summe aller Messwerte ist gleich $T = 310.17$.

   (a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ.

   ➽ **Ergebnis:** $\hat{\tau} =$ .... (1P) ___

   (b) Bestimmen Sie das symmetrische 99%-Konfidenzintervall $[T_1, T_2]$ für den unbekannten Mittelwert τ.

   ➽ **Ergebnis:** $[T_1, T_2] =$ .... (3P) ___

7. Eine Messreihe der Länge $n = 50$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 15.11$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 1.77$.

   (a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert μ.

   ➽ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ .... (2P) ___

   (b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2.

   ➽ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ .... (3P) ___

   (c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu \leq 15$.
   Welchen Wert hat die Testgröße T?

   ➽ **Ergebnis:** $T =$ .... (1P) ___

   Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

   ➽ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

8. In einem Laboratorium wird 30 Sekunden lang mit einem Geigerzähler die Hintergrundstrahlung gemessen. Es werden insgesamt 391 Signale registriert.

   (a) Schätzen Sie die mittlere Rate (Zerfälle pro Sekunde) λ mit der Maximum-Likelihood-Methode.

   ➽ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ .... (1P) ___

   (b) Geben Sie die Standardabweichung Ihrer Schätzung an.

   ➽ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ .... (1P) ___

   (c) Testen Sie die Hypothese, dass die mittlere Rate der Hintergrundstrahlung höchstens 12 Hz ist. Wie lautet die Testgröße T? Berechnen Sie das Quantil q, mit dem T verglichen wird.

   ➽ **Ergebnis:** $T =$ .... (1P) ___

   ➽ **Ergebnis:** $q =$ .... (2P) ___

   (d) Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ verworfen werden?

   ➽ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

9. Bei einer Umfrage antworten auf die Frage "Kennen Sie die Biermarke Hopfengold?" 221 von 500 Personen mit "Ja".

   (a) Schätzen Sie den Bekanntheitsgrad p mit der Maximum-Likelihood-Methode.

   ➽ **Ergebnis:** $\tilde{p} =$ .... (1P) ___

   (b) Geben sie ein 95%-iges symmetrisches Konfidenzintervall $[p_1, p_2]$ für p an (Bootstrapmethode).

   ➽ **Ergebnis:** $[p_1, p_2] =$ .... (2P) ___

Zuname: .... **Vorname:** ....

Matrikelnummer: .... **Punkte:** .... **Note:** ....

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenreihe

$$\vec{x} = (1.23, 0.59, 12.38, 0.54, 2.75, 13.96, 7.67, 3.62, 0.26, 0.21, 11.09, 0.18, 0.26, 4.34, 1.34, 11.72)$$

   (a) das Stichprobenmittel

   ➽ **Ergebnis:** $\bar{x} =$ 4.5088 (1P) ___

   (b) den Stichprobenmedian

   ➽ **Ergebnis:** $\tilde{x} =$ 2.0450 (1P) ___

   (c) die Interquartilsdistanz

   ➽ **Ergebnis:** $IQD =$ 8.98 (1P) ___

   (d) den Schiefekoeffizienten

   ➽ **Ergebnis:** $SK =$ 0.6336 (1P) ___

2. Ein medizinischer Test liefert bei 94% der kranken und bei 8% der gesunden Personen ein positives Ergebnis. Die Häufigkeit der Erkrankung in der gesamten Bevölkerung beträgt 2%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Reihenuntersuchung

   (a) ein Patient mit positivem Test tatsächlich krank ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_1 =$ 0.1934 (1P) ___

   (b) ein Patient mit positivem Test trotzdem gesund ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_2 =$ 0.8066 (1P) ___

   (c) ein Patient mit negativem Test tatsächlich gesund ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_3 =$ 0.9987 (1P) ___

   (d) ein Patient mit negativem Test trotzdem krank ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_4 =$ 0.0013 (1P) ___

3. Sie entnehmen einer Lieferung von Widerständen zufällig $n = 10$ Stück, wobei Sie jedes Stück

wieder zurücklegen. Sie wissen, daß die Fehlerquote bei der Produktion durch die Zahl $p = 0.035$ gegeben ist.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit W, daß Sie höchstens $k = 2$ fehlerhafte Widerstände ziehen?

➽ **Ergebnis:** $W =$ 0.9957 (1P) ___

(b) Wie groß ist die zu erwartende Anzahl E von fehlerhaften Stücken, und wie groß ist ihre Standardbweichung σ?

➽ **Ergebnis:** $E =$ 0.35 (1P) ___

➽ **Ergebnis:** $\sigma =$ 0.5812 (1P) ___

(c) Wie klein muß p sein, damit die Wahrscheinlichkeit einer fehlerlosen Stichprobe vom Umfang 10 über 99% steigt?

➽ **Ergebnis:** $p \leq$ 0.001 (1P) ___

4. Zwei Widerstände mit Nennwert $R_1 = 100\,\Omega$ und $R_2 = 500\,\Omega$ sind parallelgeschaltet. Der tatsächliche Wert weicht mit einer relativen Standardabweichung von $\sigma_1 = 1.5\%$ bzw. $\sigma_2 = 1\%$ vom Nennwert ab. Berechnen Sie die relative Standardabweichung des Gesamtwiderstands $R = 1/(1/R_1 + 1/R_2)$.

➽ **Ergebnis:** $\sigma(R)/R =$ 0.0126 (4P) ___

5. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 250$ stammt aus einer Student-t-Verteilung mit $n = 4$ Freiheitsgraden. Bestimmen Sie die Standardabweichung

(a) des Stichprobenmittels

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ 0.0894 (2P) ___

(b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ 0.0645 (2P) ___

Hinweis: $f_t(0|4) = 0.3750$

6. Eine Messreihe der Länge $n = 60$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ. Die Summe aller Messwerte ist gleich $T = 310.17$.

(a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ.

➽ **Ergebnis:** $\hat{\tau} =$ 5.1695 (1P) ___

(b) Bestimmen Sie das symmetrische 99%-Konfidenzintervall $[T_1, T_2]$ für den unbekannten Mittelwert τ.

➽ **Ergebnis:** $[T_1, T_2] =$ $[3.7907, 7.3981]$ (3P) ___

7. Eine Messreihe der Länge $n = 50$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 15.11$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 1.77$.

(a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert μ.

➽ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ $[14.7319, 15.4881]$ (2P) ___

(b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2.

➽ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ $[1.2351, 2.7485]$ (3P) ___

(c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu \leq 15$.
Welchen Wert hat die Testgröße T?

➽ **Ergebnis:** $T =$ 0.5846 (1P) ___

Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

8. In einem Laboratorium wird 30 Sekunden lang mit einem Geigerzähler die Hintergrundstrahlung gemessen. Es werden insgesamt 391 Signale registriert.

(a) Schätzen Sie die mittlere Rate (Zerfälle pro Sekunde) λ mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➽ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ 13.03 (1P) ___

(b) Geben Sie die Standardabweichung Ihrer Schätzung an.

➽ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ 0.6591 (1P) ___

(c) Testen Sie die Hypothese, dass die mittlere Rate der Hintergrundstrahlung höchstens 12 Hz ist. Wie lautet die Testgröße T? Berechnen Sie das Quantil q, mit dem T verglichen wird.

➽ **Ergebnis:** $T =$ 391 (1P) ___

➽ **Ergebnis:** $q =$ 404.14 (2P) ___

(d) Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ verworfen werden?

➠ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

9. Bei einer Umfrage antworten auf die Frage “Kennen Sie die Biermarke Hopfengold?” 221 von 500 Personen mit ”Ja”.

(a) Schätzen Sie den Bekanntheitsgrad p mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➠ **Ergebnis:** $\tilde{p} =$ 0.396 (1P) ___

(b) Geben sie ein 95%-iges symmetrisches Konfidenzintervall $[p_1, p_2]$ für p an (Bootstrapmethode).

➠ **Ergebnis:** $[p_1, p_2] =$ $[0.3985, 0.4855]$ (2P) ___

Statistik 142.090 **Prüfung** **24.11.2011**

Zuname: .... **Vorname:** ....

Matrikelnummer: .... **Punkte:** .... **Note:** ....

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenreihe

$$\vec{x} = (1.21, 0.64, 11.47, 0.88, 2.36, 9.96, 6.67, 3.62, 1.26, 2.21, 10.09, 4.18, 1.26, 3.34, 2.34, 9.72)$$

   (a) das Stichprobenmittel

   ➽ **Ergebnis:** $\bar{x} =$ .... (1P) ___

   (b) den Stichprobenmedian

   ➽ **Ergebnis:** $\tilde{x} =$ .... (1P) ___

   (c) die Interquartilsdistanz

   ➽ **Ergebnis:** $IQD =$ .... (1P) ___

   (d) den Schiefekoeffizienten

   ➽ **Ergebnis:** $SK =$ .... (1P) ___

2. Ein medizinischer Test liefert bei 94% der kranken und bei 8% der gesunden Personen ein positives Ergebnis. Die Häufigkeit der Erkrankung in der gesamten Bevölkerung beträgt 2%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Reihenuntersuchung

   (a) ein Patient mit positivem Test tatsächlich krank ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_1 =$ .... (1P) ___

   (b) ein Patient mit positivem Test trotzdem gesund ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_2 =$ .... (1P) ___

   (c) ein Patient mit negativem Test tatsächlich gesund ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_3 =$ .... (1P) ___

   (d) ein Patient mit negativem Test trotzdem krank ist?

   ➽ **Ergebnis:** $W_4 =$ .... (1P) ___

3. Sie entnehmen einer Lieferung von Widerständen zufällig $n = 15$ Stück, wobei Sie jedes Stück wieder zurücklegen. Sie wissen, daß die Fehlerquote bei der Produktion durch die Zahl $p = 0.035$ gegeben ist.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit W, daß Sie höchstens $k = 2$ fehlerhafte Widerstände ziehen?

   ➠ **Ergebnis:** $W =$ .... (1P) ___

   (b) Wie groß ist die zu erwartende Anzahl E von fehlerhaften Stücken, und wie groß ist ihre Standardbweichung σ?

   ➠ **Ergebnis:** $E =$ .... (1P) ___

   ➠ **Ergebnis:** $\sigma =$ .... (1P) ___

   (c) Wie klein muß p sein, damit die Wahrscheinlichkeit einer fehlerlosen Stichprobe vom Umfang 15 über 99% steigt?

   ➠ **Ergebnis:** $p \leq$ .... (1P) ___

4. Zwei Widerstände mit Nennwert $R_1 = 200\,\Omega$ und $R_2 = 600\,\Omega$ sind parallelgeschaltet. Der tatsächliche Wert weicht mit einer relativen Standardabweichung von $\sigma_1 = 2\%$ bzw. $\sigma_2 = 2.5\%$ vom Nennwert ab. Berechnen Sie die relative Standardabweichung des Gesamtwiderstands $R = 1/(1/R_1 + 1/R_2)$.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma(R)/R =$ .... (4P) ___

5. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 400$ stammt aus einer Student-t-Verteilung mit $n = 5$ Freiheitsgraden. Bestimmen Sie die Standardabweichung

   (a) des Stichprobenmittels

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ .... (2P) ___

   (b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ .... (2P) ___

   Hinweis: $f_t(0|5) = 0.3796$

6. Eine Messreihe der Länge $n = 80$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ. Die Summe aller Messwerte ist gleich $T = 461.33$.

   (a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ.

   ➽ **Ergebnis:** $\hat{\tau} =$ .... (1P) ___

   (b) Bestimmen Sie das symmetrische 99%-Konfidenzintervall $[T_1, T_2]$ für den unbekannten Mittelwert τ.

   ➽ **Ergebnis:** $[T_1, T_2] =$ .... (3P) ___

7. Eine Messreihe der Länge $n = 40$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 25.86$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 1.35$.

   (a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert μ.

   ➠ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ .... (2P) ___

   (b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2.

   ➠ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ .... (3P) ___

   (c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu \leq 25$.
   Welchen Wert hat die Testgröße T?

   ➠ **Ergebnis:** $T =$ .... (1P) ___

   Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

   ➠ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

8. In einem Laboratorium wird 30 Sekunden lang mit einem Geigerzähler die Hintergrundstrahlung gemessen. Es werden insgesamt 327 Signale registriert.

   (a) Schätzen Sie die mittlere Rate (Zerfälle pro Sekunde) λ mit der Maximum-Likelihood-Methode.

   ➠ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ .... (1P) ___

   (b) Geben Sie die Standardabweichung Ihrer Schätzung an.

   ➠ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ .... (1P) ___

   (c) Testen Sie die Hypothese, dass die mittlere Rate der Hintergrundstrahlung höchstens 10 Hz ist. Wie lautet die Testgröße T? Berechnen Sie das Quantil q, mit dem T verglichen wird.

   ➠ **Ergebnis:** $T =$ .... (1P) ___

   ➠ **Ergebnis:** $q =$ .... (2P) ___

   (d) Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ verworfen werden?

   ➠ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

9. Bei einer Umfrage antworten auf die Frage “Kennen Sie die Biermarke Hopfengold?” 198 von 500 Personen mit ”Ja”.

   (a) Schätzen Sie den Bekanntheitsgrad p mit der Maximum-Likelihood-Methode.

   ➽ **Ergebnis:** $\tilde{p} =$ .... (1P) ___

   (b) Geben sie ein 95%-iges symmetrisches Konfidenzintervall $[p_1, p_2]$ für p an (Bootstrapmethode).

   ➽ **Ergebnis:** $[p_1, p_2] =$ .... (2P) ___

Zuname: .... **Vorname:** ....

Matrikelnummer: .... **Punkte:** .... **Note:** ....

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenreihe

$$\vec{x} = (1.21, 0.64, 11.47, 0.88, 2.36, 9.96, 6.67, 3.62, 1.26, 2.21, 10.09, 4.18, 1.26, 3.34, 2.34, 9.72)$$

(a) das Stichprobenmittel

➽ **Ergebnis:** $\bar{x} =$ 4.4506 (1P) ___

(b) den Stichprobenmedian

➽ **Ergebnis:** $\tilde{x} =$ 2.85 (1P) ___

(c) die Interquartilsdistanz

➽ **Ergebnis:** $IQD =$ 6.935 (1P) ___

(d) den Schiefekoeffizienten

➽ **Ergebnis:** $SK =$ 0.5415 (1P) ___

2. Ein medizinischer Test liefert bei 94% der kranken und bei 8% der gesunden Personen ein positives Ergebnis. Die Häufigkeit der Erkrankung in der gesamten Bevölkerung beträgt 2%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Reihenuntersuchung

(a) ein Patient mit positivem Test tatsächlich krank ist?

➽ **Ergebnis:** $W_1 =$ 0.1934 (1P) ___

(b) ein Patient mit positivem Test trotzdem gesund ist?

➽ **Ergebnis:** $W_2 =$ 0.8066 (1P) ___

(c) ein Patient mit negativem Test tatsächlich gesund ist?

➽ **Ergebnis:** $W_3 =$ 0.9987 (1P) ___

(d) ein Patient mit negativem Test trotzdem krank ist?

➽ **Ergebnis:** $W_4 =$ 0.0013 (1P) ___

3. Sie entnehmen einer Lieferung von Widerständen zufällig $n = 15$ Stück, wobei Sie jedes Stück

wieder zurücklegen. Sie wissen, daß die Fehlerquote bei der Produktion durch die Zahl $p = 0.035$ gegeben ist.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit W, daß Sie höchstens $k = 2$ fehlerhafte Widerstände ziehen?

➽ **Ergebnis:** $W =$ 0.9858 (1P) ___

(b) Wie groß ist die zu erwartende Anzahl E von fehlerhaften Stücken, und wie groß ist ihre Standardbweichung σ?

➽ **Ergebnis:** $E =$ 0.525 (1P) ___

➽ **Ergebnis:** $\sigma =$ 0.7118 (1P) ___

(c) Wie klein muß p sein, damit die Wahrscheinlichkeit einer fehlerlosen Stichprobe vom Umfang 15 über 99% steigt?

➽ **Ergebnis:** $p \leq$ 0.00067 (1P) ___

4. Zwei Widerstände mit Nennwert $R_1 = 200\,\Omega$ und $R_2 = 600\,\Omega$ sind parallelgeschaltet. Der tatsächliche Wert weicht mit einer relativen Standardabweichung von $\sigma_1 = 2\%$ bzw. $\sigma_2 = 2.5\%$ vom Nennwert ab. Berechnen Sie die relative Standardabweichung des Gesamtwiderstands $R = 1/(1/R_1 + 1/R_2)$.

➽ **Ergebnis:** $\sigma(R)/R =$ 0.0163 (4P) ___

5. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 400$ stammt aus einer Student-t-Verteilung mit $n = 5$ Freiheitsgraden. Bestimmen Sie die Standardabweichung

(a) des Stichprobenmittels

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ 0.0843 (2P) ___

(b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ 0.0659 (2P) ___

Hinweis: $f_t(0|5) = 0.3796$

6. Eine Messreihe der Länge $n = 80$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ. Die Summe aller Messwerte ist gleich $T = 461.33$.

(a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ.

➽ **Ergebnis:** $\hat{\tau} =$ 5.7666 (1P) ___

(b) Bestimmen Sie das symmetrische 99%-Konfidenzintervall $[T_1, T_2]$ für den unbekannten Mittelwert τ.

➠ **Ergebnis:** $[T_1, T_2] =$ $[4.3973, 7.8405]$ (3P) ___

7. Eine Messreihe der Länge $n = 40$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 25.86$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 1.35$.

(a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert μ.

➠ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ $[25.4884, 26.2316]$ (2P) ___

(b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2.

➠ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ $[0.9059, 2.2258]$ (3P) ___

(c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu \leq 25$.
Welchen Wert hat die Testgröße T?

➠ **Ergebnis:** $T =$ 4.6812 (1P) ___

Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

➠ **Ergebnis:** ja/nein ja (1P) ___

8. In einem Laboratorium wird 30 Sekunden lang mit einem Geigerzähler die Hintergrundstrahlung gemessen. Es werden insgesamt 327 Signale registriert.

(a) Schätzen Sie die mittlere Rate (Zerfälle pro Sekunde) λ mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➠ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ 10.9 (1P) ___

(b) Geben Sie die Standardabweichung Ihrer Schätzung an.

➠ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ 0.6028 (1P) ___

(c) Testen Sie die Hypothese, dass die mittlere Rate der Hintergrundstrahlung höchstens 10 Hz ist. Wie lautet die Testgröße T? Berechnen Sie das Quantil q, mit dem T verglichen wird.

➠ **Ergebnis:** $T =$ 327 (1P) ___

➠ **Ergebnis:** $q =$ 340.3 (2P) ___

(d) Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ verworfen werden?

➠ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

9. Bei einer Umfrage antworten auf die Frage “Kennen Sie die Biermarke Hopfengold?” 198 von 500 Personen mit ”Ja”.

(a) Schätzen Sie den Bekanntheitsgrad p mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➠ **Ergebnis:** $\tilde{p} =$ 0.442 (1P) ___

(b) Geben sie ein 95%-iges symmetrisches Konfidenzintervall $[p_1, p_2]$ für p an (Bootstrapmethode).

➠ **Ergebnis:** $[p_1, p_2] =$ $[0.3531, 0.4389]$ (2P) ___