
Zuname: Vorname:

Matrikelnummer: Punkte: Note:

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenliste in der Datei `bsp1.txt`

(a) den Mittelwert

➤ Ergebnis: $\bar{x} =$ (1P) ___

(b) den Median

➤ Ergebnis: $\tilde{x} =$ (1P) ___

(c) die Standardabweichung

➤ Ergebnis: $\sigma =$ (1P) ___

(d) das 90%-Quantil

➤ Ergebnis: $Q_{0.9} =$ (1P) ___

(e) den Schiefekoeffizienten

➤ Ergebnis: $SK =$ (1P) ___

(f) den relativen Anteil p der Daten, die kleiner als 10 sind

➤ Ergebnis: $p =$ (1P) ___

Hinweis: Laden Sie die Daten mit den folgenden MATLAB-Befehlen:

```
load -ascii bsp1.txt; % Laden einer Textdatei
```

```
x=bsp1; % Abspeichern der Daten im Vektor x
```

2. (a) Ergänzen Sie die folgende Vierfeldertafel und rechnen Sie auf relative Häufigkeiten um:

| | | | |
|------|-----|------|-----|
| | B | B' | |
| A | | 165 | 296 |
| A' | | | |
| | 215 | | 500 |

➤ Ergebnis: (1P) ____

(b) Berechnen Sie die bedingte Häufigkeit $f(B'|A)$.

➤ Ergebnis: $f(B'|A) =$ (1P) ____

(c) Berechnen Sie die empirische Vierfelderkorrelation $r(A, B)$.

➤ Ergebnis: $r(A, B) =$ (2P) ____

(d) Testen Sie die Merkmale A und B auf Unabhängigkeit. Welchen Wert hat die Testgröße T ?

➤ Ergebnis: $T =$ (1P) ____

Muss die Hypothese der Unabhängigkeit verworfen werden?

➤ Ergebnis: ja/nein (1P) ____

3. Zwei Widerstände mit Nennwert $R_1 = 200 \Omega$ und $R_2 = 600 \Omega$ sind parallelgeschaltet. Der tatsächliche Wert weicht mit einer relativen Standardabweichung von $\sigma_1 = 1\%$ bzw. $\sigma_2 = 1.5\%$ vom Nennwert ab. Berechnen Sie die relative Standardabweichung des Gesamtwiderstands $R = 1/(1/R_1 + 1/R_2)$.

► **Ergebnis:** $\sigma(R)/R = \dots\dots\dots$ (4P) _____

4. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 400$ stammt aus einer Student-t-Verteilung mit drei Freiheitsgraden. Bestimmen Sie die Standardabweichung

(a) des Stichprobenmittels

➤ Ergebnis: $\sigma[\bar{x}] = \dots\dots\dots$ (2P) ___

(b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

➤ Ergebnis: $\sigma[\tilde{x}] = \dots\dots\dots$ (2P) ___

5. Die Messreihe in der Datei `bsp5.txt` stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ .

(a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ .

► **Ergebnis:** $\hat{\tau} =$ (2P) ____

(b) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[T_1, T_2]$ für den unbekanntem Mittelwert τ .

► **Ergebnis:** $[T_1, T_2] =$ (2P) ____

6. Eine Stichprobe vom Umfang 50 stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2 . Das Stichprobenmittel ist gleich $\bar{x} = 27.45$, die Stichprobenstandardabweichung ist gleich $S = 1.33$.

(a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekanntem Mittelwert μ .

➤ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ (2P) ____

(b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2 .

➤ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ (2P) ____

(c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu > 30$. Welchen Wert hat die Testgröße T ?

➤ **Ergebnis:** $T =$ (2P) ____

Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ verworfen werden?

➤ **Ergebnis:** ja/nein (1P) ____

7. Bei einer Umfrage antworten auf die Frage "Kenne Sie Mineralwasser X?" 212 von 500 Personen mit "Ja".

(a) Schätzen Sie den Bekanntheitsgrad p mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➡ Ergebnis: $\tilde{p} =$ (1P) ____

(b) Geben sie ein 95%-iges symmetrisches Konfidenzintervall $[K_1, K_2]$ für p an (Bootstrapmethode).

➡ Ergebnis: $[K_1, K_2] =$ (2P) ____

(c) Testen Sie die Hypothese, dass der Bekanntheitsgrad mindestens 45% beträgt. Benützen Sie dabei die Näherung durch die Normalverteilung. Welchen Wert hat die Testgröße?

➡ Ergebnis: $T =$ (2P) ____

(d) Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

➡ Ergebnis: ja/nein (1P) ____

8. Die Datei `bsp8.txt` enthält 60 Messpunkte (x/y) .

(a) Berechnen Sie den empirischen Korrelationskoeffizienten r .

➤ Ergebnis: $r =$ (1P) ____

(b) Bestimmen Sie die empirische Regressionsgerade $y = kx + d$.

➤ Ergebnis: $k =$ (1P) ____

➤ Ergebnis: $d =$ (1P) ____

Zuname: Vorname:

Matrikelnummer: Punkte: Note:

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenliste in der Datei `bsp1.txt`

(a) den Mittelwert

➤ Ergebnis: $\bar{x} = 6.6492$ (1P) ___

(b) den Median

➤ Ergebnis: $\tilde{x} = 5.5502$ (1P) ___

(c) die Standardabweichung

➤ Ergebnis: $\sigma = 4.7613$ (1P) ___

(d) das 90%-Quantil

➤ Ergebnis: $Q_{0.9} = 13.2384$ (1P) ___

(e) den Schiefekoeffizienten

➤ Ergebnis: $SK = 0.1544$ (1P) ___

(f) den relativen Anteil p der Daten, die kleiner als 10 sind

➤ Ergebnis: $p = 0.18$ (1P) ___

Hinweis: Laden Sie die Daten mit den folgenden MATLAB-Befehlen:

```
load -ascii bsp1.txt; % Laden einer Textdatei
```

```
x=bsp1; % Abspeichern der Daten im Vektor x
```

2. (a) Ergänzen Sie die folgende Vierfeldertafel und rechnen Sie auf relative Häufigkeiten um:

| | | | |
|------|-----|------|-----|
| | B | B' | |
| A | | 165 | 296 |
| A' | | | |
| | 215 | | 500 |

| | | | | |
|--------------------|-----------|----------|-----------|-------|
| ➤ Ergebnis: | | <i>B</i> | <i>B'</i> | |
| | <i>A</i> | 0.262 | 0.330 | 0.592 |
| | <i>A'</i> | 0.168 | 0.240 | 0.408 |
| | | 0.430 | 0.570 | 1.000 |

(1P) ___

(b) Berechnen Sie die bedingte Häufigkeit $f(B'|A)$.

➤ Ergebnis: $f(B'|A) = 0.4118$ (1P) ___

(c) Berechnen Sie die empirische Vierfelderkorrelation $r(A, B)$.

➤ Ergebnis: $r(A, B) = 0.0306$ (2P) ___

(d) Testen Sie die Merkmale A und B auf Unabhängigkeit. Welchen Wert hat die Testgröße T ?

➤ Ergebnis: $T = 0.6837$ (1P) ___

Muss die Hypothese der Unabhängigkeit verworfen werden?

➤ Ergebnis: ja/nein **nein** (1P) ___

3. Zwei Widerstände mit Nennwert $R_1 = 200 \Omega$ und $R_2 = 600 \Omega$ sind parallelgeschaltet. Der tatsächlich Wert weicht mit einer relativen Standardabweichung von $\sigma_1 = 1\%$ bzw. $\sigma_2 = 1.5\%$ vom Nennwert ab. Berechnen Sie die relative Standardabweichung des Gesamtwiderstands $R = 1/(1/R_1 + 1/R_2)$.

➤ Ergebnis: $\sigma(R)/R = 0.0084$ (4P) ___

4. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 400$ stammt aus einer Student-t-Verteilung mit drei Freiheitsgraden. Bestimmen Sie die Standardabweichung

(a) des Stichprobenmittels

➤ Ergebnis: $\sigma[\bar{x}] = 0.0866$ (2P) ___

(b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

➤ Ergebnis: $\sigma[\tilde{x}] = 0.0680$ (2P) ___

5. Die Messreihe in der Datei `bsp5.txt` stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ .

(a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ .

➤ Ergebnis: $\hat{\tau} = 2.8814$ (2P) ___

(b) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[T_1, T_2]$ für den unbekanntem Mittelwert τ .

➤ Ergebnis: $[T_1, T_2] = [2.3906, 3.5414]$ (2P) ___

6. Eine Stichprobe vom Umfang 50 stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2 . Das Stichprobenmittel ist gleich $\bar{x} = 27.45$, die Stichprobenstandardabweichung ist gleich $S = 1.33$.

(a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekanntem Mittelwert μ .

➤ Ergebnis: $[M_1, M_2] = [27.0720, 27.8280]$ (2P) ___

(b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekanntem Varianz σ^2 .

➤ Ergebnis: $[V_1, V_2] = [1.2343, 2.7468]$ (2P) ___

(c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu > 30$. Welchen Wert hat die Testgröße T ?

➤ Ergebnis: $T = -13.5573$ (2P) ___

Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ verworfen werden?

➤ Ergebnis: ja/nein **ja** (1P) ___

7. Bei einer Umfrage antworten auf die Frage "Kenne Sie Mineralwasser X?" 212 von 500 Personen mit "Ja".

(a) Schätzen Sie den Bekanntheitsgrad p mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➤ Ergebnis: $\tilde{p} = 0.424$ (1P) ___

(b) Geben sie ein 95%-iges symmetrisches Konfidenzintervall $[K_1, K_2]$ für p an (Bootstrapmethode).

➤ Ergebnis: $[K_1, K_2] = [0.7352, 0.8088]$ (2P) ___

(c) Testen Sie die Hypothese, dass der Bekanntheitsgrad mindestens 45% beträgt. Benützen Sie dabei die Näherung durch die Normalverteilung. Welchen Wert hat die Testgröße?

➤ Ergebnis: $T = -1.1686$ (2P) ___

(d) Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

➤ Ergebnis: ja/nein **nein** (1P) ___

8. Die Datei `bsp8.txt` enthält 60 Messpunkte (x/y) .

(a) Berechnen Sie den empirischen Korrelationskoeffizienten r .

➤ Ergebnis: $r = 0.9199$ (1P) ___

(b) Bestimmen Sie die empirische Regressionsgerade $y = kx + d$.

➤ Ergebnis: $k = 1.3739$ (1P) ___

➤ Ergebnis: $d = 2.6990$ (1P) ___