**Statistik 142.090** **Prüfung** **5.9.2012**

**Zuname:** ........................................ **Vorname:** ..........................

**Matrikelnummer:** .......................... **Punkte:** ....... **Note:** .......

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenreihe

$$\vec{x} = (16.00, 9.14, 1.45, 6.45, 28.37, 4.76, 4.25, 13.27, 12.74, 1.63, 14.34, 10.17, 3.91, 2.53, 1.74, 2.47)$$

   (a) das Stichprobenmittel

   ➽ **Ergebnis:** $\bar{x} =$ ....................... (1P) ___

   (b) den Stichprobenmedian

   ➽ **Ergebnis:** $\tilde{x} =$ ....................... (1P) ___

   (c) die Interquartilsdistanz

   ➽ **Ergebnis:** $IQD =$ ....................... (1P) ___

   (d) den Schiefekoeffizienten

   ➽ **Ergebnis:** $SK =$ ....................... (1P) ___

2. (a) Ergänzen Sie die folgende Vierfeldertafel und rechnen Sie auf relative Häufigkeiten um:

| | $B$ | $B'$ | |
|---|---|---|---|
| $A$ | | 165 | 296 |
| $A'$ | | | |
| | 215 | | 500 |

➽ **Ergebnis:** ....................... (1P) ___

(b) Berechnen Sie die bedingte Häufigkeit $f(B'|A)$.

➽ **Ergebnis:** $f(B|A') =$ ....................... (2P) ___

(c) Berechnen Sie die empirische Vierfelderkorrelation $r(A, B)$.

➽ **Ergebnis:** $r(A, B) =$ ....................... (2P) ___

(d) Testen Sie die Merkmale $A$ und $B$ auf Unabhängigkeit. Welchen Wert hat die Testgröße $T$?

➽ **Ergebnis:** $T =$ ....................... (1P) ___

Muss die Hypothese der Unabhängigkeit verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein ....................... (1P) ___

3. Ein elektronischer Bauteil wird auf drei Maschinen produziert. Für die drei Maschinen gilt:

   Maschine A: 700 Teile/Stunde, 4.2% fehlerhaft
   Maschine B: 1000 Teile/Stunde, 2.9% fehlerhaft
   Maschine C: 850 Teile/Stunde, 5.1% fehlerhaft

   (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $W_1$, dass ein zufällig ausgewählter Bauteil fehlerhaft ist.

   ➽ **Ergebnis:** $W_1 =$ ...................... (2P) ___

   (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $W_2$, dass ein fehlerfreier Bauteil von Maschine B stammt.

   ➽ **Ergebnis:** $W_2 =$ ...................... (2P) ___

4. Sie spielen 20 Runden im französischen Roulette (Zahlen von 0 bis 36).

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens zweimal die Null kommt?

   ➽ **Ergebnis:** $W =$ ....................... (1P) ___

   (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß zehnmal schwarz kommt?

   ➽ **Ergebnis:** $W =$ ....................... (1P) ___

5. Sie messen an einem Widerstand eine Spannung von $U = 12\,\mathrm{V}$ und eine Stromstärke von $I = 100\,\mathrm{mA}$, mit einem Fehler von $10\,\mathrm{mV}$ bzw. $2\,\mathrm{mA}$. Berechnen Sie mit Fehlerfortpflanzung den Fehler des Widerstands $R = U/I$ (in $\Omega$).

   ➡ **Ergebnis:** $\sigma(R) =$ ........................ (4P) ___

6. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 500$ stammt aus einer Normalverteilung mit Mittel $\mu = 5$ und Varianz $\sigma^2 = 2.5$. Bestimmen Sie die Standardabweichung

   (a) des Stichprobenmittels

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ ........................ (2P) ___

   (b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ ........................ (2P) ___

7. Die Myonlebensdauer wird $n = 100$ mal gemessen. Der Mittelwert aller Messwerte ist gleich $\bar{x} = 2.214\,\mu$sec.

   (a) Geben Sie eine Schätzung für die Standardabweichung $\sigma$ von $\bar{x}$ an, unter der Annahme, dass die Messungen exponentialverteilt sind.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma =$ ...................... (2P) ___

   (b) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[T_1, T_2]$ für die wahre Lebensdauer $\tau$ unter der Annahme, dass die Messungen exponentialverteilt sind.

   ➽ **Ergebnis:** $[T_1, T_2] =$ ...................... (3P) ___

8. Eine Messreihe der Länge $n = 80$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert $\mu$ und unbekannter Varianz $\sigma^2$. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 44.86$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 1.55$.

   (a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert $\mu$.

   ➽ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ ....................... (2P) ___

   (b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz $\sigma^2$.

   ➽ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ ....................... (3P) ___

   (c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu \geq 45$.
   Welchen Wert hat die Testgröße $T$?

   ➽ **Ergebnis:** $T =$ ....................... (1P) ___

   Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

   ➽ **Ergebnis:** ja/nein ....................... (1P) ___

9. Bei einer Umfrage antworten auf die Frage "Kennen Sie die Bedeutung der Abkürzung TU?" 278 von 400 Personen mit "Ja".

   (a) Schätzen Sie den Bekanntheitsgrad $p$ der Abkürzung mit der Maximum-Likelihood-Methode.

   ➽ **Ergebnis:** $\tilde{p} =$ ...................... (1P) ___

   (b) Geben sie ein 95%-iges symmetrisches Konfidenzintervall $[p_1, p_2]$ für $p$ an (Robuste Methode).

   ➽ **Ergebnis:** $[p_1, p_2] =$ ...................... (2P) ___

**Zuname:** .................................... **Vorname:** ........................

**Matrikelnummer:** ........................ **Punkte:** ....... **Note:** .......

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenreihe

$$\vec{x} = (16.00, 9.14, 1.45, 6.45, 28.37, 4.76, 4.25, 13.27, 12.74, 1.63, 14.34, 10.17, 3.91, 2.53, 1.74, 2.47)$$

   (a) das Stichprobenmittel

   ➽ **Ergebnis:** $\bar{x} =$ 8.33 (1P) ___

   (b) den Stichprobenmedian

   ➽ **Ergebnis:** $\tilde{x} =$ 5.61 (1P) ___

   (c) die Interquartilsdistanz

   ➽ **Ergebnis:** $IQD =$ 10.50 (1P) ___

   (d) den Schiefekoeffizienten

   ➽ **Ergebnis:** $SK =$ 0.41 (1P) ___

2. (a) Ergänzen Sie die folgende Vierfeldertafel und rechnen Sie auf relative Häufigkeiten um:

| | $B$ | $B'$ | |
|---|---|---|---|
| $A$ | | 165 | 296 |
| $A'$ | | | |
| | 215 | | 500 |

➽ **Ergebnis:**

| | $B$ | $B'$ | |
|---|---|---|---|
| $A$ | 0.262 | 0.330 | 0.592 |
| $A'$ | 0.168 | 0.240 | 0.408 |
| | 0.430 | 0.570 | 1.000 |

(1P) ___

   (b) Berechnen Sie die bedingte Häufigkeit $f(B'|A)$.

   ➽ **Ergebnis:** $f(B|A') =$ 0.4118 (2P) ___

   (c) Berechnen Sie die empirische Vierfelderkorrelation $r(A, B)$.

   ➽ **Ergebnis:** $r(A, B) =$ 0.0306 (2P) ___

(d) Testen Sie die Merkmale $A$ und $B$ auf Unabhängigkeit. Welchen Wert hat die Testgröße $T$?

➽ **Ergebnis:** $T =$ 0.6837 (1P) ___

Muss die Hypothese der Unabhängigkeit verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

3. Ein elektronischer Bauteil wird auf drei Maschinen produziert. Für die drei Maschinen gilt:

Maschine A: 700 Teile/Stunde, 4.2% fehlerhaft
Maschine B: 1000 Teile/Stunde, 2.9% fehlerhaft
Maschine C: 850 Teile/Stunde, 5.1% fehlerhaft

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $W_1$, dass ein zufällig ausgewählter Bauteil fehlerhaft ist.

➽ **Ergebnis:** $W_1 =$ 0.0399 (2P) ___

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $W_2$, dass ein fehlerfreier Bauteil von Maschine B stammt.

➽ **Ergebnis:** $W_2 =$ 0.3966 (2P) ___

4. Sie spielen 20 Runden im französischen Roulette (Zahlen von 0 bis 36).

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens zweimal die Null kommt?

➽ **Ergebnis:** $W =$ 0.1007 (1P) ___

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß zehnmal schwarz kommt?

➽ **Ergebnis:** $W =$ 0.1749 (1P) ___

5. Sie messen an einem Widerstand eine Spannung von $U = 12\,\mathrm{V}$ und eine Stromstärke von $I = 100\,\mathrm{mA}$, mit einem Fehler von $10\,\mathrm{mV}$ bzw. $2\,\mathrm{mA}$. Berechnen Sie mit Fehlerfortpflanzung den Fehler des Widerstands $R = U/I$ (in $\Omega$).

➽ **Ergebnis:** $\sigma(R) =$ 2.4021 (4P) ___

6. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 500$ stammt aus einer Normalverteilung mit Mittel $\mu = 5$ und Varianz $\sigma^2 = 2.5$. Bestimmen Sie die Standardabweichung

(a) des Stichprobenmittels

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ 0.0843 (2P) ___

(b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ 0.0659 (2P) ___

7. Die Myonlebensdauer wird $n = 100$ mal gemessen. Der Mittelwert aller Messwerte ist gleich $\bar{x} = 2.214\,\mu$sec.

(a) Geben Sie eine Schätzung für die Standardabweichung $\sigma$ von $\bar{x}$ an, unter der Annahme, dass die Messungen exponentialverteilt sind.

➽ **Ergebnis:** $\sigma =$ 0.2214 (2P) ___

(b) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[T_1, T_2]$ für die wahre Lebensdauer $\tau$ unter der Annahme, dass die Messungen exponentialverteilt sind.

➽ **Ergebnis:** $[T_1, T_2] =$ $[1.8369, 2.7211]$ (3P) ___

8. Eine Messreihe der Länge $n = 80$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert $\mu$ und unbekannter Varianz $\sigma^2$. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 44.86$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 1.55$.

(a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert $\mu$.

➽ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ $[44.5829, 45.1371]$ (2P) ___

(b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz $\sigma^2$.

➽ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ $[1.1610, 2.1746]$ (3P) ___

(c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu \geq 45$.
Welchen Wert hat die Testgröße $T$?

➽ **Ergebnis:** $T =$ $-1.0058$ (1P) ___

Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

9. Bei einer Umfrage antworten auf die Frage “Kennen Sie die Bedeutung der Abkürzung TU?” 278 von 400 Personen mit ”Ja”.

(a) Schätzen Sie den Bekanntheitsgrad $p$ der Abkürzung mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➽ **Ergebnis:** $\tilde{p} =$ 0.695 (1P) ___

(b) Geben sie ein 95%-iges symmetrisches Konfidenzintervall $[p_1, p_2]$ für $p$ an (Robuste Methode).

➽ **Ergebnis:** $[p_1, p_2] =$ $[0.646, 0.744]$ (2P) ___