

Zuname: Vorname:

Matrikel-/Kennnummer: / Punkte: Note:

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenreihe

$$\vec{x} = (11.78, 15.41, 17.80, 14.91, 6.56, 4.73, 12.72, 12.55, 10.58, 9.94, 8.19, 10.24, 15.54, 6.40, 13.83, 14.58)$$

(a) das Stichprobenmittel

➤ Ergebnis: $\bar{x} =$ (1P) ____

(b) den Stichprobenmedian

➤ Ergebnis: $\tilde{x} =$ (1P) ____

(c) die Interquartilsdistanz

➤ Ergebnis: $IQD =$ (1P) ____

(d) den Schiefekoeffizienten

➤ Ergebnis: $SK =$ (1P) ____

2. In einer Umfrage werden die folgenden Daten ermittelt:

- 33% aller Fahrradfahrer fahren auch Motorrad;
- 67% aller Motorradfahrer fahren auch Fahrrad;
- 26% aller Befragten fahren Fahrrad und Motorrad.

Erstellen Sie die Vierfeldertafel für die Merkmale M (fährt Motorrad) und F (fährt Fahrrad) und beantworten Sie die folgenden Fragen:

(a) Wieviel Prozent aller Befragten fahren Fahrrad?

➤ **Ergebnis:** (1P) ____

(b) Wieviel Prozent aller Befragten fahren Motorrad?

➤ **Ergebnis:** (1P) ____

(c) Wieviel Prozent aller Nichtmotorradfahrer fahren Fahrrad?

➤ **Ergebnis:** (1P) ____

(d) Wieviel Prozent aller Nichtfahrradfahrer fahren Motorrad?

➤ **Ergebnis:** (1P) ____

3. Bei einer Tombola werden 500 Lose verkauft, von denen 150 einen Gewinn bringen. Sie kaufen zwölf Lose.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Sie überhaupt etwas gewinnen?

► Ergebnis: $W_1 =$ (2P) ____

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Sie mehr als zwei Gewinnlose haben?

► Ergebnis: $W_2 =$ (2P) ____

(c) Ein Gewinn ist durchschnittlich 3 Euro wert. Wie groß ist Ihr erwarteter Gesamtgewinn?

► Ergebnis: $G =$ (2P) ____

4. Sie messen an einem Gleichstrommotor eine Spannung von $U = 120 \text{ V}$ und eine Stromstärke von $I = 2.5 \text{ A}$, mit einem relativen Fehler von 0.1% bzw. 0.15% . Berechnen Sie mit Fehlerfortpflanzung den relativen Fehler der Leistung $P = U \cdot I$ (in W).

► **Ergebnis:** $\sigma(P)/P = \dots\dots\dots$ (4P) ____

5. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 400$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit Mittel $\tau = 25$. Bestimmen Sie die Standardabweichung

(a) des Stichprobenmittels

➤ Ergebnis: $\sigma[\bar{x}] = \dots\dots\dots$ (2P) ___

(b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

➤ Ergebnis: $\sigma[\tilde{x}] = \dots\dots\dots$ (2P) ___

6. Sie wiederholen einen Alternativversuch so lange, bis der erste Erfolg eintritt. Die Anzahl n der benötigten Versuche ist dann geometrisch verteilt:

$$f(n) = p(1 - p)^{n-1},$$

wo p die Erfolgswahrscheinlichkeit des Einzelversuchs ist. Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood Schätzer \tilde{p} von p auf Basis einer Beobachtung n .

► Ergebnis:

(4P) ____

7. Eine Messreihe der Länge $n = 75$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2 . Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 61.82$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 3.61$.

(a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekanntem Mittelwert μ .

► **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ (2P) ____

(b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2 .

► **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ (3P) ____

(c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu \geq 60$.

Welchen Wert hat die Testgröße T ?

► **Ergebnis:** $T =$ (1P) ____

Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

► **Ergebnis:** ja/nein (1P) ____

8. An einer Straße wird während einer Stunde die Anzahl der mehrspurigen Fahrzeuge pro Minute gemessen. Es werden insgesamt 3218 Fahrzeuge registriert.

(a) Schätzen Sie die mittlere Frequenz (Fahrzeuge pro Minute) λ mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➤ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ (2P) ____

(b) Geben Sie die Standardabweichung Ihrer Schätzung an.

➤ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} =$ (2P) ____

9. Sie messen die Größe y in Abhängigkeit der Einflussgröße x und erhalten die folgenden Werte:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	0.32	0.30	1.19	1.59	1.51	2.56	2.91	2.89

Es gilt $\bar{x} = 4.5, \bar{y} = 1.6588, s_x = 2.2913, s_y = 0.9861$.

(a) Berechnen Sie den empirischen Korrelationskoeffizienten r_{xy} .

➤ **Ergebnis:** $r =$ (1P) ____

(b) Bestimmen Sie die empirische Regressionsgerade $y = kx + d$.

➤ **Ergebnis:** $k =$ (1P) ____

➤ **Ergebnis:** $d =$ (1P) ____

Zuname: Vorname:

Matrikel-/Kennnummer: / Punkte: Note:

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. Bestimmen Sie für die Datenreihe

$$\vec{x} = (11.78, 15.41, 17.80, 14.91, 6.56, 4.73, 12.72, 12.55, 10.58, 9.94, 8.19, 10.24, 15.54, 6.40, 13.83, 14.58)$$

(a) das Stichprobenmittel

➤ Ergebnis: $\bar{x} = 11.61$ (1P) ____

(b) den Stichprobenmedian

➤ Ergebnis: $\tilde{x} = 12.16$ (1P) ____

(c) die Interquartilsdistanz

➤ Ergebnis: $IQD = 5.68$ (1P) ____

(d) den Schiefekoeffizienten

➤ Ergebnis: $SK = -0.09$ (1P) ____

2. In einer Umfrage werden die folgenden Daten ermittelt:

- 33% aller Fahrradfahrer fahren auch Motorrad;
- 67% aller Motorradfahrer fahren auch Fahrrad;
- 26% aller Befragten fahren Fahrrad und Motorrad.

Erstellen Sie die Vierfeldertafel für die Merkmale M (fährt Motorrad) und F (fährt Fahrrad) und beantworten Sie die folgenden Fragen:

(a) Wieviel Prozent aller Befragten fahren Fahrrad?

➤ Ergebnis: 78.79 (1P) ____

(b) Wieviel Prozent aller Befragten fahren Motorrad?

➤ Ergebnis: 34.21 (1P) ____

(c) Wieviel Prozent aller Nichtmotorradfahrer fahren Fahrrad?

➤ Ergebnis: 80.24 (1P) ____

(d) Wieviel Prozent aller Nichtfahrradfahrer fahren Motorrad?

➤ Ergebnis: 38.71 (1P) ___

3. Bei einer Tombola werden 500 Lose verkauft, von denen 150 einen Gewinn bringen. Sie kaufen zwölf Lose.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Sie überhaupt etwas gewinnen?

➤ Ergebnis: $W_1 = 0.9869$ (2P) ___

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Sie mehr als zwei Gewinnlose haben?

➤ Ergebnis: $W_2 = 0.7503$ (2P) ___

(c) Ein Gewinn ist durchschnittlich 3 Euro wert. Wie groß ist Ihr erwarteter Gesamtgewinn?

➤ Ergebnis: $G = 10.8$ (2P) ___

4. Sie messen an einem Gleichstrommotor eine Spannung von $U = 120$ V und eine Stromstärke von $I = 2.5$ A, mit einem relativen Fehler von 0.1% bzw. 0.15%. Berechnen Sie mit Fehlerfortpflanzung den relativen Fehler der Leistung $P = U \cdot I$ (in W).

➤ Ergebnis: $\sigma(P)/P = 0.0018$ (4P) ___

5. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 400$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit Mittel $\tau = 25$. Bestimmen Sie die Standardabweichung

(a) des Stichprobenmittels

➤ Ergebnis: $\sigma[\bar{x}] = 1.25$ (2P) ___

(b) des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert)

➤ Ergebnis: $\sigma[\tilde{x}] = 1.25$ (2P) ___

6. Sie wiederholen einen Alternativversuch so lange, bis der erste Erfolg eintritt. Die Anzahl n der benötigten Versuche ist dann geometrisch verteilt:

$$f(n) = p(1 - p)^{n-1},$$

wo p die Erfolgswahrscheinlichkeit des Einzelversuchs ist. Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood Schätzer \tilde{p} von p auf Basis einer Beobachtung n .

➤ Ergebnis: (4P) ___

7. Eine Messreihe der Länge $n = 75$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2 . Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 61.82$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 3.61$.

- (a) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekanntem Mittelwert μ .

➤ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] = [61.3828, 62.2572]$ (2P) ___

- (b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekanntem Varianz σ^2 .

➤ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] = [2.6800, 5.1272]$ (3P) ___

- (c) Testen Sie die Hypothese $H_0 : \mu \geq 60$.

Welchen Wert hat die Testgröße T ?

➤ **Ergebnis:** $T = 8.2956$ (1P) ___

Muss die Hypothese mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden?

➤ **Ergebnis:** ja/nein **ja** (1P) ___

8. An einer Straße wird während einer Stunde die Anzahl der mehrspurigen Fahrzeuge pro Minute gemessen. Es werden insgesamt 3218 Fahrzeuge registriert.

- (a) Schätzen Sie die mittlere Frequenz (Fahrzeuge pro Minute) λ mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➤ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} = 53.63$ (2P) ___

- (b) Geben Sie die Standardabweichung Ihrer Schätzung an.

➤ **Ergebnis:** $\tilde{\lambda} = 6.924$ (2P) ___

9. Sie messen die Größe y in Abhängigkeit der Einflussgröße x und erhalten die folgenden Werte:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	0.32	0.30	1.19	1.59	1.51	2.56	2.91	2.89

Es gilt $\bar{x} = 4.5, \bar{y} = 1.6588, s_x = 2.2913, s_y = 0.9861$.

- (a) Berechnen Sie den empirischen Korrelationskoeffizienten r_{xy} .

➤ **Ergebnis:** $r = 0.9701$ (1P) ___

- (b) Bestimmen Sie die empirische Regressionsgerade $y = kx + d$.

➤ **Ergebnis:** $k = 0.4175$ (1P) ___

➤ **Ergebnis:** $d = -0.2200$ (1P) ___