Zuname: .... **Vorname:** ....

Matrikel-/Kennnummer: .... / .... **Punkte:** ..... **Note:** .....

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. In einem Experiment wird der Transversalimpuls $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ eines Teilchens gemessen mit $p_T = 1.34\,\mathrm{GeV}/c$ und $\sigma[p_T] = 0.029\,\mathrm{GeV}/c$. Unabhängig davon wird der Longitudinalimpuls p_z gemessen mit $p_z = 5.27\,\mathrm{GeV}/c$ und $\sigma[p_z] = 0.064\,\mathrm{GeV}/c$. Berechnen Sie den Standardfehler $\sigma[p]$ des Impulses $p = \sqrt{p_T^2 + p_z^2}$ mit linearer Fehlerfortpflanzung.

   Anmerkung: GeV/c ist eine in der Teilchenphysik übliche Einheit des Impulses.

   ➠ **Ergebnis:** $\sigma[p] =$ .... (4P) ___

2. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 250$ stammt aus der Gammaverteilung $\mathrm{Ga}(6, 2.5)$. Bestimmen Sie

   (a) die Standardabweichung des Stichprobenmittels

   ➧ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ .... (2P) ___

   (b) die Standardabweichung des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert). *Hinweis*: Der Median der Verteilung ist bei $x = 14.1754$.

   ➧ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ .... (2P) ___

3. Eine Messreihe der Länge $n = 60$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ. Die Summe aller Messwerte ist gleich $T = 98.3$.

   (a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ.

   ➽ **Ergebnis:** $\hat{\tau} =$ .... (1P) ___

   (b) Geben Sie den Standardfehler Ihrer Schätzung an.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\tau}] =$ .... (1P) ___

   (c) Geben Sie das linksseitige 99%-Konfidenzintervall $[0, c]$ für den unbekannten Wert τ.

   ➽ **Ergebnis:** $c =$ .... (2P) ___

4. Eine Stichprobe $x_1, \ldots, x_n$ stammt aus einer Paretoverteilung mit der Dichte

$$f(x) = c^p p x^{-p-1}, \quad x \geq c$$

c wird als bekannt vorausgesetzt. Bestimmen Sie

(a) den ML-Schätzer $\hat{p}$ von p

➻ **Ergebnis:** $\hat{p} =$ .... (3P) ___

(b) die Fisher-Information der Stichprobe bezüglich p

➻ **Ergebnis:** $I_p =$ .... (2P) ___

(c) die ungefähre Standardabweichung von $\hat{p}$ für großes n. *Hinweis:* Der ML-Schätzer ist asymptotisch effizient.

➻ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{p}] =$ .... (1P) ___

5. Eine Messreihe der Länge $n = 100$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 24.13$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 1.73$.

   (a) Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert μ.

   ➽ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ .... (2P) ___

   (b) Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2.

   ➽ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ .... (2P) ___

   (c) Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : \mu \geq 25$.
   Welchen Wert hat die Testgröße T?

   ➽ **Ergebnis:** $T =$ .... (1P) ___

   Muss die Nullhypothese verworfen werden, wenn $\alpha = 0.05$?

   ➽ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

6. Eine radioaktive Quelle wird 60 Sekunden lang beobachtet. Es werden insgesamt 592 Zerfälle registriert.

   (a) Schätzen Sie die mittlere Zerfallsrate λ (in Hz) mit der Maximum-Likelihood-Methode.

   ➽ **Ergebnis:** $\hat{\lambda} =$ .... (1P) ___

   (b) Geben Sie den Standardfehler Ihrer Schätzung an.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\lambda}] =$ .... (1P) ___

   (c) Testen Sie mit Näherung durch Normalverteilung die Nullhypothese, dass die mittlere Zerfallsrate mindestens 10 Hz ist. Geben Sie die Testgröße T und das Quantil q an, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

   ➽ **Ergebnis:** $T =$ .... (1P) ___

   ➽ **Ergebnis:** $q =$ .... (1P) ___

   (d) Muss die Nullhypothese verworfen werden?

   ➽ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

7. Testen Sie mit dem χ^2-Test, ob die gruppierten Daten in der Tabelle aus einer Exponentialverteilung mit Mittel $\tau = 3$ stammen.

Gruppe	Anzahl
$0 \leq x \leq 1$	34
$1 \leq x \leq 2$	29
$2 \leq x \leq 4$	32
$4 \leq x \leq 6$	16
$6 \leq x$	9

(a) Berechnen Sie die Testgröße T und das Quantil q, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

➽ **Ergebnis:** $T =$ .... (4P) ___

➽ **Ergebnis:** $q =$ .... (1P) ___

(b) Muss die Nullhypothese verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

8. Eine Münze wird $n = 6$ mal unabhängig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit von „Zahl" sei gleich p, die beobachtete Anzahl von „Zahl" sei gleich k. Sie wollen die Nullhypothese $H_0 : p = 0.5$ testen und verwerfen sie, wenn $k = 0$ oder $k = n$.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit α eines Fehlers 1. Art?

   ➽ **Ergebnis:** $\alpha =$ .... (2P) ___

   (b) Geben Sie die Gütefunktion des Test an.

   ➽ **Ergebnis:** $1 - \beta(p) =$ .... (2P) ___

   (c) Wie groß ist die Güte des des Test, wenn $p = 0.9$?

   ➽ **Ergebnis:** $\alpha =$ .... (1P) ___

Statistik 142.090/SS2014 **Lösung** **30.6.2014**

Zuname: .... **Vorname:** ....

Matrikel-/Kennnummer: .... / .... **Punkte:** ..... **Note:** .....

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. In einem Experiment wird der Transversalimpuls $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ eines Teilchens gemessen mit $p_T = 1.34\,\mathrm{GeV}/c$ und $\sigma[p_T] = 0.029\,\mathrm{GeV}/c$. Unabhängig davon wird der Longitudinalimpuls p_z gemessen mit $p_z = 5.27\,\mathrm{GeV}/c$ und $\sigma[p_z] = 0.064\,\mathrm{GeV}/c$. Berechnen Sie den Standardfehler $\sigma[p]$ des Impulses $p = \sqrt{p_T^2 + p_z^2}$ mit linearer Fehlerfortpflanzung.

   Anmerkung: GeV/c ist eine in der Teilchenphysik übliche Einheit des Impulses.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[p] =$ 0.0624 (4P) ___

2. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 250$ stammt aus der Gammaverteilung Ga$(6, 2.5)$. Bestimmen Sie

   (a) die Standardabweichung des Stichprobenmittels

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ 0.3873 (2P) ___

   (b) die Standardabweichung des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert). *Hinweis*: Der Median der Verteilung ist bei $x = 14.1754$.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ 0.4695 (2P) ___

3. Eine Messreihe der Länge $n = 60$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ. Die Summe aller Messwerte ist gleich $T = 98.3$.

   (a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ.

   ➽ **Ergebnis:** $\hat{\tau} =$ 1.6383 (1P) ___

   (b) Geben Sie den Standardfehler Ihrer Schätzung an.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\tau}] =$ 0.2115 (1P) ___

   (c) Geben Sie das linksseitige 99%-Konfidenzintervall $[0, c]$ für den unbekannten Wert τ.

   ➽ **Ergebnis:** $c =$ 2.2618 (2P) ___

4. Eine Stichprobe $x_1, \ldots, x_n$ stammt aus einer Paretoverteilung mit der Dichte

$$f(x) = c^p p x^{-p-1}, \quad x \geq c$$

   c wird als bekannt vorausgesetzt. Bestimmen Sie

(a) den ML-Schätzer $\hat{p}$ von p

➽ **Ergebnis:** $\hat{p} = \dfrac{n}{\sum(\ln x_i - \ln c)}$ (3P) ___

(b) die Fisher-Information der Stichprobe bezüglich p

➽ **Ergebnis:** $I_p = \dfrac{n}{p^2}$ (2P) ___

(c) die ungefähre Standardabweichung von $\hat{p}$ für großes n. *Hinweis:* Der ML-Schätzer ist asymptotisch effizient.

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{p}] = \dfrac{p}{\sqrt{n}}$ (1P) ___

5. Eine Messreihe der Länge $n = 100$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 24.13$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 1.73$.

(a) Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert μ.

➽ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] = [23.869, 24.391]$ (2P) ___

(b) Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2.

➽ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] = [1.334, 2.335]$ (2P) ___

(c) Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : \mu \geq 25$.
Welchen Wert hat die Testgröße T?

➽ **Ergebnis:** $T = -6.6145$ (1P) ___

Muss die Nullhypothese verworfen werden, wenn $\alpha = 0.05$?

➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

6. Eine radioaktive Quelle wird 60 Sekunden lang beobachtet. Es werden insgesamt 592 Zerfälle registriert.

(a) Schätzen Sie die mittlere Zerfallsrate λ (in Hz) mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➽ **Ergebnis:** $\hat{\lambda} = 9.8667$ (1P) ___

(b) Geben Sie den Standardfehler Ihrer Schätzung an.

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\lambda}] = 0.4055$ (1P) ___

(c) Testen Sie mit Näherung durch Normalverteilung die Nullhypothese, dass die mittlere

Zerfallsrate mindestens 10 Hz ist. Geben Sie die Testgröße T und das Quantil q an, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

➽ **Ergebnis:** $T =$ -0.3266 (1P) ___

➽ **Ergebnis:** $q =$ -1.645 (1P) ___

(d) Muss die Nullhypothese verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

7. Testen Sie mit dem χ^2-Test, ob die gruppierten Daten in der Tabelle aus einer Exponentialverteilung mit Mittel $\tau = 3$ stammen.

Gruppe	Anzahl
$0 \le x \le 1$	34
$1 \le x \le 2$	29
$2 \le x \le 4$	32
$4 \le x \le 6$	16
$6 \le x$	9

(a) Berechnen Sie die Testgröße T und das Quantil q, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

➽ **Ergebnis:** $T =$ 4.2663 (4P) ___

➽ **Ergebnis:** $q =$ 9.4877 (1P) ___

(b) Muss die Nullhypothese verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

8. Eine Münze wird $n = 6$ mal unabhängig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit von „Zahl“ sei gleich p, die beobachtete Anzahl von „Zahl“ sei gleich k. Sie wollen die Nullhypothese $H_0 : p = 0.5$ testen und verwerfen sie, wenn $k = 0$ oder $k = n$.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit α eines Fehlers 1. Art?

➽ **Ergebnis:** $\alpha =$ 0.0312 (2P) ___

(b) Geben Sie die Gütefunktion des Test an.

➽ **Ergebnis:** $1 - \beta(p) =$ $p^n + (1 - p)^n$ (2P) ___

(c) Wie groß ist die Güte des des Test, wenn $p = 0.9$?

➽ **Ergebnis:** $\alpha =$ 0.5314 (1P) ___

Statistik 142.090/SS2014 **1. Prüfung** **30.6.2014**

Zuname: .... **Vorname:** ....

Matrikel-/Kennnummer: .... / .... **Punkte:** ..... **Note:** .....

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. In einem Experiment wird der Transversalimpuls $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ eines Teilchens gemessen mit $p_T = 2.34\,\mathrm{GeV}/c$ und $\sigma[p_T] = 0.038\,\mathrm{GeV}/c$. Unabhängig davon wird der Longitudinalimpuls p_z gemessen mit $p_z = 4.27\,\mathrm{GeV}/c$ und $\sigma[p_z] = 0.055\,\mathrm{GeV}/c$. Berechnen Sie den Standardfehler $\sigma[p]$ des Impulses $p = \sqrt{p_T^2 + p_z^2}$ mit linearer Fehlerfortpflanzung.

   Anmerkung: GeV/c ist eine in der Teilchenphysik übliche Einheit des Impulses.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[p] =$ .... (4P) ___

2. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 300$ stammt aus der Gammaverteilung $\mathrm{Ga}(5, 3.5)$. Bestimmen Sie

   (a) die Standardabweichung des Stichprobenmittels

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ .... (2P) ___

   (b) die Standardabweichung des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert). *Hinweis*: Der Median der Verteilung ist bei $x = 16.3482$.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ .... (2P) ___

3. Eine Messreihe der Länge $n = 75$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ. Die Summe aller Messwerte ist gleich $T = 112.7$.

   (a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ.

   ➽ **Ergebnis:** $\hat{\tau} =$ .... (1P) ___

   (b) Geben Sie den Standardfehler Ihrer Schätzung an.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\tau}] =$ .... (1P) ___

   (c) Geben Sie das linksseitige 99%-Konfidenzintervall $[0, c]$ für den unbekannten Wert τ.

   ➽ **Ergebnis:** $c =$ .... (2P) ___

4. Eine Stichprobe $x_1, \ldots, x_n$ stammt aus einer Paretoverteilung mit der Dichte

$$f(x) = c^p p x^{-p-1}, \quad x \geq c$$

c wird als bekannt vorausgesetzt. Bestimmen Sie

(a) den ML-Schätzer $\hat{p}$ von p

➽ **Ergebnis:** $\hat{p} =$ .... (3P) ___

(b) die Fisher-Information der Stichprobe bezüglich p

➽ **Ergebnis:** $I_p =$ .... (2P) ___

(c) die ungefähre Standardabweichung von $\hat{p}$ für großes n. *Hinweis:* Der ML-Schätzer ist asymptotisch effizient.

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{p}] =$ .... (1P) ___

5. Eine Messreihe der Länge $n = 80$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 29.78$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 2.92$.

   (a) Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert μ.

   ➽ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ .... (2P) ___

   (b) Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2.

   ➽ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] =$ .... (2P) ___

   (c) Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : \mu \geq 30$.
   Welchen Wert hat die Testgröße T?

   ➽ **Ergebnis:** $T =$ .... (1P) ___

   Muss die Nullhypothese verworfen werden, wenn $\alpha = 0.05$?

   ➽ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

6. Eine radioaktive Quelle wird 60 Sekunden lang beobachtet. Es werden insgesamt 873 Zerfälle registriert.

   (a) Schätzen Sie die mittlere Zerfallsrate λ (in Hz) mit der Maximum-Likelihood-Methode.

   ➽ **Ergebnis:** $\hat{\lambda} =$ .... (1P) ___

   (b) Geben Sie den Standardfehler Ihrer Schätzung an.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\lambda}] =$ .... (1P) ___

   (c) Testen Sie mit Näherung durch Normalverteilung die Nullhypothese, dass die mittlere Zerfallsrate mindestens 15 Hz ist. Geben Sie die Testgröße T und das Quantil q an, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

   ➽ **Ergebnis:** $T =$ .... (1P) ___

   ➽ **Ergebnis:** $q =$ .... (1P) ___

   (d) Muss die Nullhypothese verworfen werden?

   ➽ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

7. Testen Sie mit dem χ^2-Test, ob die gruppierten Daten in der Tabelle aus einer Exponentialverteilung mit Mittel $\tau = 3$ stammen.

Gruppe	Anzahl
$0 \le x \le 1$	27
$1 \le x \le 2$	22
$2 \le x \le 4$	29
$4 \le x \le 6$	6
$6 \le x$	16

(a) Berechnen Sie die Testgröße T und das Quantil q, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

➽ **Ergebnis:** $T =$ .... (4P) ___

➽ **Ergebnis:** $q =$ .... (1P) ___

(b) Muss die Nullhypothese verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein .... (1P) ___

8. Eine Münze wird $n = 7$ mal unabhängig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit von „Zahl“ sei gleich p, die beobachtete Anzahl von „Zahl“ sei gleich k. Sie wollen die Nullhypothese $H_0 : p = 0.5$ testen und verwerfen sie, wenn $k = 0$ oder $k = n$.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit α eines Fehlers 1. Art?

   ➽ **Ergebnis:** $\alpha =$ .... (2P) ___

   (b) Geben Sie die Gütefunktion des Test an.

   ➽ **Ergebnis:** $1 - \beta(p) =$ .... (2P) ___

   (c) Wie groß ist die Güte des des Test, wenn $p = 0.9$?

   ➽ **Ergebnis:** $\alpha =$ .... (1P) ___

Statistik 142.090/SS2014 **Lösung** **30.6.2014**

Zuname: .... **Vorname:** ....

Matrikel-/Kennnummer: .... / .... **Punkte:** ..... **Note:** .....

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

1. In einem Experiment wird der Transversalimpuls $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ eines Teilchens gemessen mit $p_T = 2.34\,\text{GeV}/c$ und $\sigma[p_T] = 0.038\,\text{GeV}/c$. Unabhängig davon wird der Longitudinalimpuls p_z gemessen mit $p_z = 4.27\,\text{GeV}/c$ und $\sigma[p_z] = 0.055\,\text{GeV}/c$. Berechnen Sie den Standardfehler $\sigma[p]$ des Impulses $p = \sqrt{p_T^2 + p_z^2}$ mit linearer Fehlerfortpflanzung.

   Anmerkung: GeV/c ist eine in der Teilchenphysik übliche Einheit des Impulses.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[p] =$ 0.0516 (4P) ___

2. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 300$ stammt aus der Gammaverteilung $\text{Ga}(5, 3.5)$. Bestimmen Sie

   (a) die Standardabweichung des Stichprobenmittels

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ 0.4518 (2P) ___

   (b) die Standardabweichung des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert). *Hinweis*: Der Median der Verteilung ist bei $x = 16.3482$.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] =$ 0.5440 (2P) ___

3. Eine Messreihe der Länge $n = 75$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ. Die Summe aller Messwerte ist gleich $T = 112.7$.

   (a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert $\hat{\tau}$ von τ.

   ➽ **Ergebnis:** $\hat{\tau} =$ 1.5027 (1P) ___

   (b) Geben Sie den Standardfehler Ihrer Schätzung an.

   ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\tau}] =$ 0.1735 (1P) ___

   (c) Geben Sie das linksseitige 99%-Konfidenzintervall $[0, c]$ für den unbekannten Wert τ.

   ➽ **Ergebnis:** $c =$ 2.0006 (2P) ___

4. Eine Stichprobe $x_1, \ldots, x_n$ stammt aus einer Paretoverteilung mit der Dichte

$$f(x) = c^p p x^{-p-1}, \quad x \geq c$$

   c wird als bekannt vorausgesetzt. Bestimmen Sie

(a) den ML-Schätzer $\hat{p}$ von p

➽ **Ergebnis:** $\hat{p} = \dfrac{n}{\sum(\ln x_i - \ln c)}$ (3P) ___

(b) die Fisher-Information der Stichprobe bezüglich p

➽ **Ergebnis:** $I_p = \dfrac{n}{p^2}$ (2P) ___

(c) die ungefähre Standardabweichung von $\hat{p}$ für großes n. *Hinweis:* Der ML-Schätzer ist asymptotisch effizient.

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{p}] = \dfrac{p}{\sqrt{n}}$ (1P) ___

5. Eine Messreihe der Länge $n = 80$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 29.78$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 2.92$.

(a) Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert μ.

➽ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] = [29.40, 30.16]$ (2P) ___

(b) Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[V_1, V_2]$ für die unbekannte Varianz σ^2.

➽ **Ergebnis:** $[V_1, V_2] = [2.187, 4.097]$ (2P) ___

(c) Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : \mu \geq 30$.
Welchen Wert hat die Testgröße T?

➽ **Ergebnis:** $T = -1.1515$ (1P) ___

Muss die Nullhypothese verworfen werden, wenn $\alpha = 0.05$?

➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

6. Eine radioaktive Quelle wird 60 Sekunden lang beobachtet. Es werden insgesamt 873 Zerfälle registriert.

(a) Schätzen Sie die mittlere Zerfallsrate λ (in Hz) mit der Maximum-Likelihood-Methode.

➽ **Ergebnis:** $\hat{\lambda} = 14.55$ (1P) ___

(b) Geben Sie den Standardfehler Ihrer Schätzung an.

➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\lambda}] = 0.4924$ (1P) ___

(c) Testen Sie mit Näherung durch Normalverteilung die Nullhypothese, dass die mittlere

Zerfallsrate mindestens 15 Hz ist. Geben Sie die Testgröße T und das Quantil q an, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

➽ **Ergebnis:** $T =$ -0.900 (1P) ___

➽ **Ergebnis:** $q =$ -1.645 (1P) ___

(d) Muss die Nullhypothese verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

7. Testen Sie mit dem χ^2-Test, ob die gruppierten Daten in der Tabelle aus einer Exponentialverteilung mit Mittel $\tau = 3$ stammen.

Gruppe	Anzahl
$0 \le x \le 1$	27
$1 \le x \le 2$	22
$2 \le x \le 4$	29
$4 \le x \le 6$	6
$6 \le x$	16

(a) Berechnen Sie die Testgröße T und das Quantil q, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

➽ **Ergebnis:** $T =$ 4.9331 (4P) ___

➽ **Ergebnis:** $q =$ 7.8147 (1P) ___

(b) Muss die Nullhypothese verworfen werden?

➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P) ___

8. Eine Münze wird $n = 7$ mal unabhängig geworfen. Die Wahrscheinlichkeit von „Zahl“ sei gleich p, die beobachtete Anzahl von „Zahl“ sei gleich k. Sie wollen die Nullhypothese $H_0 : p = 0.5$ testen und verwerfen sie, wenn $k = 0$ oder $k = n$.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit α eines Fehlers 1. Art?

➽ **Ergebnis:** $\alpha =$ 0.0156 (2P) ___

(b) Geben Sie die Gütefunktion des Test an.

➽ **Ergebnis:** $1 - \beta(p) =$ $p^n + (1-p)^n$ (2P) ___

(c) Wie groß ist die Güte des des Test, wenn $p = 0.9$?

➽ **Ergebnis:** $\alpha =$ 0.4783 (1P) ___