Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

!!!!! Bitte die Endresultate im Antwortblatt eintragen !!!!!

1. In einem Experiment wird der Transversalimpuls $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ eines Teilchens gemessen mit $p_T = 2.18\,\mathrm{GeV}/c$ und $\sigma[p_T] = 0.024\,\mathrm{GeV}/c$. Unabhängig davon wird der Gesamtimpuls p gemessen mit $p = 8.13\,\mathrm{GeV}/c$ und $\sigma[p] = 0.047\,\mathrm{GeV}/c$. Berechnen Sie den Standardfehler $\sigma[p_z]$ des Longitudinalimpulses $p_z = \sqrt{p^2 - p_T^2}$ mit linearer Fehlerfortpflanzung.
   ➽ $\sigma[p_z] \approx ?$

   Anmerkung: GeV/c ist eine in der Teilchenphysik übliche Einheit des Impulses.

2. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 150$ stammt aus der Pareto-Verteilung mit der Dichte

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{24}{x^4}, & x \geq 2 \\ 0, & x < 2 \end{cases}$$

   Bestimmen Sie

   (a) den Erwartungswert μ der Verteilung
   ➽ $\mu = ?$

   (b) den Median m der Verteilung
   ➽ $m = ?$

   (c) die Varianz σ^2 der Verteilung
   ➽ $\sigma^2 = ?$

   (d) die Standardabweichung des Stichprobenmittels
   ➽ $\sigma[\bar{x}] = ?$

   (e) die Standardabweichung des Stichprobenmedians (asymptotischer Wert).
   ➽ $\sigma[\tilde{x}] \approx ?$

3. Eine Messreihe der Länge $n = 125$ stammt aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert τ. Die Summe aller Messwerte ist gleich $T = 271.6$.

   (a) Geben Sie den ungefähren Standardfehler Ihrer Schätzung an.
   ➽ $\sigma[\hat{\tau}] \approx ?$

   (b) Bestimmen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[C_1, C_2]$ für den unbekannten Wert τ.
   ➽ $[C_1, C_2] = ?$

4. Die Stichprobe $x_1, \ldots, x_n$ stammt aus einer Maxwell-Boltzmannverteilung mit der Dichte

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{x^2}{s^3} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2s^2}\right), \quad x \geq 0$$

Berechnen Sie den ML-Schätzer $\hat{s}$ von s.

➽ $\hat{s}$ =?

5. Eine Messreihe der Länge $n = 80$ stammt aus einer Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2. Das Stichprobenmittel ist $\bar{x} = 40.25$, die Stichprobenvarianz ist $S^2 = 2.33$.

   (a) Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall $[M_1, M_2]$ für den unbekannten Mittelwert μ.

   ➽ $[M_1, M_2]$ =?

   (b) Berechnen Sie das linksseitige 95%-Konfidenzintervall $[0, V]$ für die unbekannte Varianz σ^2.

   ➽ V =?

   (c) Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : \mu \leq 40$. Welchen Wert hat die Testgröße T?

   ➽ T =?

   (d) Muss die Nullhypothese verworfen werden, wenn $\alpha = 0.05$?

   ➽ ja/nein?

6. Eine radioaktive Quelle wird 120 Sekunden lang beobachtet. Es werden insgesamt 762 Zerfälle registriert.

   (a) Schätzen Sie die mittlere Zerfallsrate λ (in Hz) mit der Maximum-Likelihood-Methode.

   ➽ $\hat{\lambda}$ =?

   (b) Geben Sie den ungefähren Standardfehler Ihrer Schätzung an.

   ➽ $\sigma[\hat{\lambda}] \approx$?

   (c) Testen Sie **mit** Näherung durch Normalverteilung die Nullhypothese, dass die mittlere Zerfallsrate höchstens 6 Hz ist. Geben Sie die Testgröße T an.

   ➽ T =?

   (d) Geben Sie das Quantil z an, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

   ➽ z =?

   (e) Muss die Nullhypothese verworfen werden?

   ➽ ja/nein?

7. Testen Sie mit dem χ^2-Test die Hypothese, dass die gruppierten Daten in der Tabelle aus der Exponentialverteilung mit Mittel $\tau = 2.197$ (mittlere Myonlebensdauer in µs) stammen.
   Hinweis: Die Verteilungsfunktion der Exponentialverteilung ist $F(x|\tau) = 1 - e^{-x/\tau}$.

Gruppe	Anzahl
$0 < x \leq 0.5$	21
$0.5 \leq x \leq 1$	47
$1 \leq x \leq 2$	41
$2 \leq x \leq 4$	52
$4 \leq x$	36

(a) Berechnen Sie die Testgröße T.

➠ $T =?$

(b) Berechnen Sie das Quantil q, mit dem T verglichen wird ($\alpha = 0.05$).

➠ $q =?$

(c) Muss die Hypothese verworfen werden?

➠ ja/nein?

Zuname: ______ **Vorname:** ______

Matrikel- und Kennnummer: ______ ______ **Punkte:** ______ **Note:** ______

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

!!!!! Bitte die Endresultate im Antwortblatt eintragen !!!!!

1. ➠ **Ergebnis:** $\sigma[p_z] \approx$ $\boxed{0.0492}$ (6P)___

2. (a) ➠ **Ergebnis:** $\mu =$ $\boxed{3}$ (1P)___

   (b) ➠ **Ergebnis:** $m =$ $\boxed{2.5198}$ (1P)___

   (c) ➠ **Ergebnis:** $\sigma^2 =$ $\boxed{3}$ (2P)___

   (d) ➠ **Ergebnis:** $\sigma[\bar{x}] =$ $\boxed{0.1414}$ (2P)___

   (e) ➠ **Ergebnis:** $\sigma[\tilde{x}] \approx$ $\boxed{0.0686}$ (2P)___

3. (a) ➠ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\tau}] \approx$ $\boxed{0.1943}$ (1P)___

   (b) ➠ **Ergebnis:** $[C_1, C_2] =$ $\boxed{[1.8371, 2.6103]}$ (2P)___

4. ➠ **Ergebnis:** $\hat{s} =$ $\boxed{\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{3n}}}$ (5P)___

5. (a) ➠ **Ergebnis:** $[M_1, M_2] =$ $\boxed{[39.91, 40.59]}$ (2P)___

   (b) ➠ **Ergebnis:** $V =$ $\boxed{3.0925}$ (2P)___

(c) ➽ **Ergebnis:** $T =$ 1.4649 (1P)___

(d) ➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P)___

6. (a) ➽ **Ergebnis:** $\hat{\lambda} =$ 6.3500 (1P)___

(b) ➽ **Ergebnis:** $\sigma[\hat{\lambda}] \approx$ 0.2300 (1P)___

(c) ➽ **Ergebnis:** $T =$ 1.5652 (1P)___

(d) ➽ **Ergebnis:** $z =$ 1.6449 (1P)___

(e) ➽ **Ergebnis:** ja/nein nein (1P)___

7. (a) ➽ **Ergebnis:** $T =$ 17.6630 (5P)___

(b) ➽ **Ergebnis:** $q =$ 9.4877 (1P)___

(c) ➽ **Ergebnis:** ja/nein ja (1P)___

Zuname: ____ **Vorname:** ____

Matrikel- und Kennnummer: ____ ____ **Punkte:** ____ **Note:** ____

Notenschlüssel: 0–20 = 5 • 21–25 = 4 • 26–30 = 3 • 31–35 = 2 • 36–40 = 1

!!!!! Bitte die Endresultate hier eintragen !!!!!

1. ➡ **Ergebnis:** ____ (6P)___

2. (a) ➡ **Ergebnis:** ____ (1P)___

   (b) ➡ **Ergebnis:** ____ (1P)___

   (c) ➡ **Ergebnis:** ____ (2P)___

   (d) ➡ **Ergebnis:** ____ (2P)___

   (e) ➡ **Ergebnis:** ____ (2P)___

3. (a) ➡ **Ergebnis:** ____ (1P)___

   (b) ➡ **Ergebnis:** ____ (2P)___

4. ➡ **Ergebnis:** ____ (5P)___

5. (a) ➡ **Ergebnis:** ____ (2P)___

   (b) ➡ **Ergebnis:** ____ (2P)___

(c) ➽ **Ergebnis:** (1P)___

(d) ➽ **Ergebnis:** (1P)___

6. (a) ➽ **Ergebnis:** (1P)___

(b) ➽ **Ergebnis:** (1P)___

(c) ➽ **Ergebnis:** (1P)___

(d) ➽ **Ergebnis:** (1P)___

(e) ➽ **Ergebnis:** (1P)___

7. (a) ➽ **Ergebnis:** (5P)___

(b) ➽ **Ergebnis:** (1P)___

(c) ➽ **Ergebnis:** (1P)___