

# AKT II – Übung 2

19. 3. 2019

# Beispiel 1: Luminosität

- Betrachten Sie das System kollidierender Teilchenwolken ('bunch') mit den Dichten  $\rho_i(x, y, s, \pm s_0) = N_i \rho_{i,x}(x) \rho_{i,y}(y) \rho_{i,z}(s \pm s_0)$

welche in guter Näherung mit Lichtgeschwindigkeit kollidieren, also  $s_0 = ct$ . Nehmen Sie fuer die Dichteprofile Gaussverteilungen an, und zwar

$$\rho_{1,x}(x) = \rho_{2,x}(x) = (\sqrt{2\pi}\sigma_x)^{-1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

$$\rho_{1,y}(y) = \rho_{2,y}(y) = (\sqrt{2\pi}\sigma_y)^{-1} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}}$$

$$\rho_{1,z}(z) = \rho_{2,z}(z) = (\sqrt{2\pi}\sigma_s)^{-1} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_s^2}}$$

Unter Verwendung von  $\int dx e^{-ax^2} = \sqrt{\pi/a}$

berechnen Sie die Bunch-Luminosität gemäss

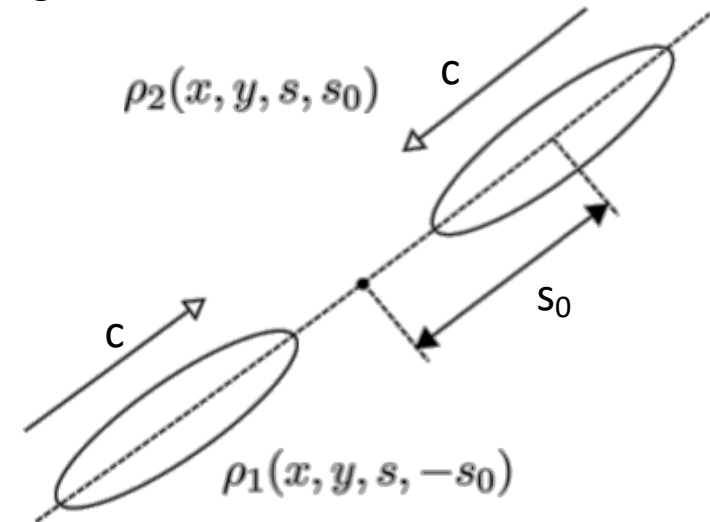
$$\mathcal{L}^{(\text{bunch})} = \int dt d^3x \rho_1 \rho_2 |\Delta v_{12}| = 2 \int dx dy ds ds_0 \rho_1(x, y, s, s_0) \rho_2(x, y, s, -s_0)$$

und zeigen Sie  $\mathcal{L}^{(\text{beams})} = N_b f \cdot \mathcal{L}^{(\text{bunch})} = \frac{N_1 N_2 f N_b}{4\pi\sigma_x\sigma_y}$ .

Hinweis:

Alle Integrationsgrenzen erstrecken sich über  $\pm\infty$

Setzen Sie ein: LHC:  $\sigma_x = \sigma_y = 16.7 \mu\text{m}$ ,  $N_1 = N_2 = 1.15 \cdot 10^{11}$ ,  $f = 40 \text{ MHz}$ ,  $N_b = 2808$  und geben sie das Ergebnis in  $\text{nb}^{-1}\text{s}^{-1}$  an.



# Beispiel 2: Pseudorapidität

- Für den Impuls eines leichten Teilchens ( $m \approx 0$ ) welches am Kollisionpunkt entsteht können wir

$$p^\mu = |\vec{p}| \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \frac{m^2}{|\vec{p}|^2}} \\ \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \stackrel{m=0}{=} |\vec{p}| \begin{pmatrix} 1 \\ \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} = |\vec{p}_T| \begin{pmatrix} \cosh \eta \\ \cos \phi \\ \sin \phi \\ \sinh \eta \end{pmatrix}$$

schreiben, wobei  $\eta$  die sogenannte Pseudorapidität ist. Leiten Sie  $\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}$  her und verwenden Sie die Lorentztransformation

$$L_\mu^{(z)\nu} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

um das Transformationsverhalten  $\eta' = \eta + \underbrace{\tanh^{-1} \beta}_{\Delta\eta}$  zu bestimmen.

(Hinweis: Erinnern Sie sich an das Additionstheorem für tanh).

# Beispiel 3: $\tau$ decays

---

**2.11** Tau-leptons are produced in the process  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$  at a centre-of-mass energy of 91.2 GeV. The angular distribution of the  $\pi^-$  from the decay  $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$  is

$$\frac{dN}{d(\cos \theta^*)} \propto 1 + \cos \theta^*,$$

where  $\theta^*$  is the polar angle of the  $\pi^-$  in the tau-lepton rest frame, relative to the direction defined by the  $\tau$  (tau) spin. Determine the laboratory frame energy distribution of the  $\pi^-$  for the cases where the tau-lepton spin is (i) *aligned with* or (ii) *opposite to* its direction of flight.

Hint: Make a sketch of the situation!

# Beispiel 4 (Bethe Bloch) & 5 (EM shower)

---

**1.7** High-energy muons traversing matter lose energy according to

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \approx a + bE,$$

where  $a$  is due to ionisation energy loss and  $b$  is due to the bremsstrahlung and  $e^+e^-$  pair-production processes. For standard rock, taken to have  $A = 22$ ,  $Z = 11$  and  $\rho = 2.65 \text{ g cm}^{-3}$ , the parameters  $a$  and  $b$  depend only weakly on the muon energy and have values  $a \approx 2.5 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2$  and  $b \approx 3.5 \times 10^{-6} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^2$ .

- (a) At what muon energy are the ionisation and bremsstrahlung/pair production processes equally important?
- (b) Approximately how far does a 100 GeV cosmic-ray muon propagate in rock?

**1.8** Tungsten has a radiation length of  $X_0 = 0.35 \text{ cm}$  and a critical energy of  $E_c = 7.97 \text{ MeV}$ . Roughly what thickness of tungsten is required to fully contain a 500 GeV electromagnetic shower from an electron?

---