

AKT II – Übung 2

17. 3. 2020

Beispiel 1: Luminosität

- Betrachten Sie das System kollidierender Teilchenwolken ('bunch') mit den Dichten $\rho_i(x, y, s, \pm s_0) = N_i \rho_{i,x}(x) \rho_{i,y}(y) \rho_{i,z}(s \pm s_0)$

welche in guter Näherung mit Lichtgeschwindigkeit kollidieren, also $s_0 = ct$. Nehmen Sie fuer die Dichteprofile Gaussverteilungen an, und zwar

$$\rho_{1,x}(x) = \rho_{2,x}(x) = (\sqrt{2\pi}\sigma_x)^{-1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

$$\rho_{1,y}(y) = \rho_{2,y}(y) = (\sqrt{2\pi}\sigma_y)^{-1} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}}$$

$$\rho_{1,z}(z) = \rho_{2,z}(z) = (\sqrt{2\pi}\sigma_s)^{-1} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_s^2}}$$

Unter Verwendung von $\int dx e^{-ax^2} = \sqrt{\pi/a}$

berechnen Sie die Bunch-Luminosität gemäss

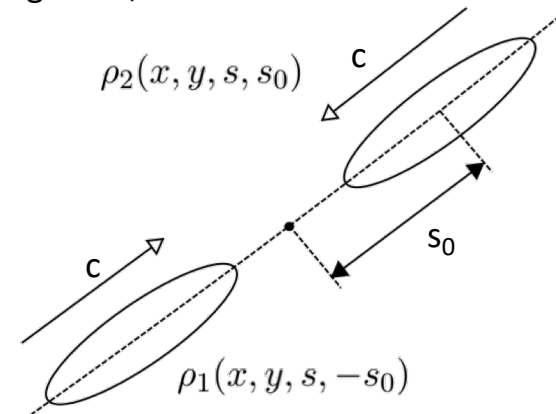
$$\mathcal{L}^{(bunch)} = \int dt d^3x \rho_1 \rho_2 |\Delta v_{12}| = 2 \int dx dy ds ds_0 \rho_1(x, y, s, s_0) \rho_2(x, y, s, -s_0)$$

und zeigen Sie $\mathcal{L}^{(beams)} = N_b f \cdot \mathcal{L}^{(bunch)} = \frac{N_1 N_2 f N_b}{4\pi\sigma_x\sigma_y}$.

Hinweis:

Alle Integrationsgrenzen erstrecken sich über $\pm\infty$

Setzen Sie ein: LHC: $\sigma_x = \sigma_y = 16.7 \mu\text{m}$, $N_1 = N_2 = 1.15 \cdot 10^{11}$, $f = 11\text{kHz}$, $N_b = 2808$ und geben sie das Ergebnis in $\text{nb}^{-1}\text{s}^{-1}$ an.



Beispiel 2: Pseudorapidität

- Für den Impuls eines leichten Teilchens ($m \approx 0$) welches am Kollisionpunkt entsteht können wir

$$p^\mu = |\vec{p}| \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \frac{m^2}{|\vec{p}|^2}} \\ \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \stackrel{m \approx 0}{=} |\vec{p}| \begin{pmatrix} 1 \\ \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} = |\vec{p}_T| \begin{pmatrix} \cosh \eta \\ \cos \phi \\ \sin \phi \\ \sinh \eta \end{pmatrix}$$

schreiben, wobei η die sogenannte Pseudorapidität ist. Leiten Sie $\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}$ her und verwenden Sie die Lorentztransformation

$$L_\mu^{(z)\nu} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

um das Transformationsverhalten $\eta' = \eta + \underbrace{\tanh^{-1} \beta}_{\Delta\eta}$ zu bestimmen.

(Hinweis: Erinnern Sie sich an das Additionstheorem für tanh).

Beispiel 3: τ decays

- 2.11** Tau-leptons are produced in the process $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ at a centre-of-mass energy of 91.2 GeV. The angular distribution of the π^- from the decay $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$ is

$$\frac{dN}{d(\cos \theta^*)} \propto 1 + \cos \theta^*,$$

where θ^* is the polar angle of the π^- in the tau-lepton rest frame, relative to the direction defined by the τ (tau) spin. Determine the laboratory frame energy distribution of the π^- for the cases where the tau-lepton spin is (i) *aligned with* or (ii) *opposite to* its direction of flight.

Hint: Make a sketch of the situation!

Beispiel 4 (Bethe Bloch) & 5 (EM shower)

1.7 High-energy muons traversing matter lose energy according to

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \approx a + bE,$$

where a is due to ionisation energy loss and b is due to the bremsstrahlung and e^+e^- pair-production processes. For standard rock, taken to have $A = 22$, $Z = 11$ and $\rho = 2.65 \text{ g cm}^{-3}$, the parameters a and b depend only weakly on the muon energy and have values $a \approx 2.5 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2$ and $b \approx 3.5 \times 10^{-6} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^2$.

- (a) At what muon energy are the ionisation and bremsstrahlung/pair production processes equally important?
- (b) Approximately how far does a 100 GeV cosmic-ray muon propagate in rock?

1.8 Tungsten has a radiation length of $X_0 = 0.35 \text{ cm}$ and a critical energy of $E_c = 7.97 \text{ MeV}$. Roughly what thickness of tungsten is required to fully contain a 500 GeV electromagnetic shower from an electron?