

Statistische Methoden der  
Datenanalyse  
Beispielsammlung

Übung 2

W. Waltenberger, R. Frühwirth

Institut für Hochenergiephysik  
der Österreichischen Akademie der Wissenschaften  
A-1050 Wien, Nikolsdorfer Gasse 18

Wintersemester 2017/2018

## Übung 2

### Beispiel 2.1

Sie wiederholen ein Bernoulli-Experiment  $n = 500$  mal und beobachten  $k = 243$  Erfolge. Berechnen Sie das symmetrische 95%-Konfidenzintervall für  $p$

- a) nach Clopper und Pearson
- b) mit der Näherung durch die Normalverteilung (bootstrap und robust)
- c) mit der Korrektur von Agresti und Coull

### Beispiel 2.2

Sie beobachten einen Poissonprozess mit der mittleren Rate  $\lambda$ . Ein Ereignis wird jedoch bloß mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  registriert. Wie ist die Anzahl der registrierten/verlorenen Ereignisse pro Zeiteinheit verteilt?

### Beispiel 2.3

Sie beobachten einen Poisson-Prozess über  $n = 200$  Sekunden. Die Summe der Zählwerte ist gleich  $S = 854$ .

- a) Bestimmen Sie den ML-Schätzer der mittleren Rate  $\lambda$  und seine näherungsweise Standardabweichung. Zeigen Sie, dass der Schätzer effizient ist.
- b) Bestimmen Sie das linksseitige 95%-ige Konfidenzintervall  $[0, c]$  für  $\lambda$ .

### Beispiel 2.4

Sie beobachten einen Poisson-Prozess über  $n = 200$  Sekunden. Die Summe der Zählwerte ist gleich  $S = 854$ . Berechnen Sie die a-posteriori-Verteilung von  $\lambda$ , den Bayes-Schätzer und das symmetrische 99%-ige Vertrauensintervall mit den folgenden a-priori-Verteilungen:

- a)  $\pi(\lambda) \propto \exp(-\lambda/\lambda_0)$
- b) Jeffrey's prior

### Beispiel 2.5

Die Zählgröße  $X|\lambda$  ist bedingt Poisson-verteilt mit Mittel  $\lambda$ .  $\lambda$  ist selbst wiederum Poisson-verteilt mit Mittel  $\lambda_0$ . Berechnen Sie Erwartung und Varianz von  $X$ .

**Beispiel 2.6 (Prog)**

Sie beobachten einen Poisson-Prozess über  $n = 60$  Sekunden. Die Summe der Zählwerte ist gleich  $S = 124$ . Berechnen Sie die a-posteriori-Verteilung von  $\lambda$ , den Bayes-Schätzer und das 95%-ige HPD-Intervall mit der folgenden a-priori-Verteilung:

$$\pi(\lambda) \propto \frac{1}{1 + 0.25 \lambda}$$