

142.351, 260032: Statistische Methoden der Datenanalyse

W. Waltenberger, R. Frühwirth

Institut für Hochenergiephysik der Österreichischen Akademie der Wissenschaften
A-1050 Wien, Nikolsdorfer Gasse 18

Wintersemester 2018/2019

Übung 5

Fällig bis: 7. Dezember 2018

Beispiel 5.1

Der Messfehler eines Geräts zur Entfernungsmessung wird als normalverteilt mit Mittel 0 und Standardabweichung σ angenommen. Wie groß darf σ maximal sein, damit der Messwert mit 99% Sicherheit um höchstens 1 mm vom wahren Wert abweicht?

Beispiel 5.2

Eine Messreihe (x_1, \dots, x_n) vom Umfang $n = 250$ stammt aus einer Normalverteilung mit Mittel μ und Varianz σ^2 . Das Stichprobenmittel ist gleich $\bar{x} = 81.2$, die Stichprobenvarianz ist gleich $S^2 = 4.73$.

- a) Berechnen Sie den ML-Schätzer von μ und seine Standardabweichung.
- b) Berechnen Sie den ML-Schätzer von σ^2 und seine Standardabweichung.
- c) Geben Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall für den unbekanntem Mittelwert μ an.
- d) Geben Sie ein 95%-iges Konfidenzintervall für die unbekanntem Varianz σ^2 an.

Beispiel 5.3

Es sei $X \sim \text{Norm}(\mu, \sigma^2)$. Die Verteilung von $Y = e^X$ heißt *Lognormalverteilung*.

- a) Bestimmen Sie die Dichte der Verteilung.
- b) Berechnen Sie Mittelwert, Varianz, Median und Modus der Dichte.
- c) Zeigen Sie, dass das Produkt von zwei lognormalverteilten Zufallsgrößen wieder lognormalverteilt ist.

Beispiel 5.4

Verpflichtend nur für Studierende der TU!

Eine Umfrage unter 1000 Personen ergibt die folgenden Präferenzen für die Parteien A, B, C, D :

$$n_A = 115, n_B = 362, n_C = 238, n_D = 285$$

Schätzen Sie die Wähleranteile p_A, p_B, p_C, p_D der vier Parteien in der Grundgesamtheit unter der Annahme, dass die Stichprobe repräsentativ ist, und geben Sie näherungsweise die gemeinsame Kovarianzmatrix und die Korrelationsmatrix der Schätzwerte an.

Beispiel 5.5 (Prog)

Simulieren Sie $N = 500$ Stichproben vom Umfang $n = 400$ aus der bivariaten Normalverteilung mit

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}.$$

Schätzen Sie $\boldsymbol{\mu}$, \mathbf{V} und den Korrelationskoeffizienten ρ mit der ML-Methode und analysieren Sie die empirische Verteilung der Schätzwerte (Mittelwert, Standardabweichung, Histogramm).