

UE Logik für Wissensrepräsentation

Aufgabenblatt 4: Abduktion, Komplexität und QBFs

Beispiel 1:

Betrachte ein einfaches physikalisches System, bestehend aus einer Pumpe, welche über ein Rohr mit einem Wassertank verbunden ist.

Die Funktion der Pumpe hängt davon ab, ob sie eingeschalten ist, und besteht darin, Flüssigkeit in das Rohr zu pumpen:

- (p1) wenn die Pumpe in Ordnung und eingeschalten ist, dann gibt es einen Strom ins Rohr;
- (p2) wenn die Pumpe defekt oder nicht eingeschalten ist, dann gibt es keinen Strom ins Rohr.

Durch das Rohr kann normal, wenig, oder gar keine Flüssigkeit ausfließen, in Abhängigkeit davon, ob überhaupt Flüssigkeit in das Rohr strömt:

- (r1) wenn keine Flüssigkeit ins Rohr strömt, dann fließt auch keine aus;
- (r2) andernfalls fließt die normale Menge an Flüssigkeit aus, wenn das Rohr in Ordnung ist, bzw. wenig Flüssigkeit, wenn das Rohr leck ist.

Im Tank kann demnach normal, wenig oder gar keine Flüssigkeit ankommen, und er kann leer, halbvoll, oder voll sein:

- (t1) wenn der Tank in Ordnung ist, ist er ohne Zustrom halbvoll, während ein normaler Zustrom zur Folge hat, dass der Tank voll ist, wohingegen bei wenig Zustrom der Tank voll oder halbvoll sein kann;
- (t2) wenn der Tank Leck ist, dann ist er ohne Zustrom leer, bei normalem Zustrom kann er voll oder halbvoll sein, bei wenig Zustrom ist jeder der drei Zustände möglich.

Modelliere dieses System sowie die Beobachtung, dass die Pumpe eingeschalten und der Tank leer ist, als ein propositionales Abduktionsproblem.

Beispiel 2:

Bestimme für das Abduktionsproblem aus Beispiel 1:

- (a) alle Erklärungen der Beobachtung;
- (b) alle minimalen Erklärungen;
- (c) alle notwendigen Hypothesen;
- (d) ob die Annahme, dass der Tank in Ordnung ist, eine relevante Hypothese ist.

Beispiel 3:

Sei $\text{Consistency}_{\langle W, D \rangle}$ das Problem zu entscheiden, ob eine aussagenlogische Default Theorie $\langle W, D \rangle$ eine Extension besitzt:

Geg.: Eine aussagenlogische Default Theorie $\langle W, D \rangle$.

Ges.: Existiert eine Extension E von $\langle W, D \rangle$?

Zeige, dass $\text{Consistency}_{\langle W, D \rangle}$ in Σ_2^P ist.

Beispiel 4:

Zeige, dass $\text{Consistency}_{\langle W, D \rangle}$ Σ_2^P -hart ist.

Beispiel 5:

Betrachte erneut das Abduktionsproblem (T, H, O) aus Beispiel 1 und gib eine geschlossene quantifizierte aussagenlogische Formel (QBF) $A(O)$ an, sodass gilt:

$A(O)$ ist wahr $\iff (T, H, O)$ besitzt eine Erklärung.

Die QBF $A(O)$ sei parametrisch in O (d.h., ein Encoding bzw. ein wiederverwendbares Schema, woraus durch Ersetzung von O mit einer aussagenlogischen Formel, eine geschlossene QBF mit obiger Eigenschaft hervorgeht).

Freiwillig: Verwende einen QBF-Solver und evaluiere $A(O)$ für verschiedene Beobachtungen O .

Beispiel 6:

Sei A eine aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform und p eine aussagenlogische Konstante, sodass $A \wedge \neg p$ unerfüllbar ist. Dann gilt:

A ist erfüllbar $\iff A \wedge p$ ist erfüllbar.

Zeige, dass obiges für quantifizierte aussagenlogische Formeln nicht gilt.