UE Logik für Wissensrepräsentation
Aufgabenblatt 4: Abduktion, Komplexität und QBFs

Beispiel 1:
Betrachte eine Verkehrssituation unter folgenden Sachverhalten.

Ein Navigationsgerät gibt Auskunft darüber, ob Staugefahr besteht, oder nicht. Dazu bedient es sich folgender Informationen und Zusammenhänge:

(n1) wenn Stoßzeit ist und hohes Verkehrsaufkommen herrscht, dann besteht Staugefahr;

(n2) wenn kein hohes Verkehrsaufkommen zu beobachten ist, dann besteht auch keine Staugefahr.

Weiters besitzt die Fahrerin folgendes Wissen zum Verkehrsfluss auf dem Autobahnzubringer, den sie soeben (bereits auf der Autobahn fahrend) passiert:

(z1) wenn der Zubringer umgeleitet wurde, dann gibt es weder Stau noch Fließverkehr auf dem Zubringer;

(z2) wenn der Zubringer nicht umgeleitet wurde und Staugefahr besteht, dann gibt es keinen Fließverkehr auf dem Zubringer;

(z3) besteht keine Staugefahr, dann gibt es keinen Stau am Zubringer.

Darüberhinaus verfügt sie über Informationen zum Verkehrsfluss auf der Autobahn wie folgt:

(a1) wenn es im weiteren Verlauf eine Baustelle gibt, dann gilt (i) der Zubringer ist umgeleitet und es gibt weder Stau noch freien Fließverkehr auf der Autobahn, oder (ii) es gibt Stau auf der Autobahn;

(a2) wenn es zwar keine Baustelle im weiteren Verlauf, aber Fließverkehr auf dem Zubringer sowie Staugefahr gibt, dann staut es auf der Autobahn.

Ihr Navigationsgerät teilt der Fahrerin mit, dass keine Staugefahr besteht, dennoch gerät Sie in einen Stau auf der Autobahn.

Modelliere obige Sachverhalte und die gemachte Beobachtung als ein propositionales Abduktionsproblem, wobei jeweils das Vorliegen als auch das Nichtvorliegen einer Stoßzeit, von hohem Verkehrsaufkommen, einer Umleitung des Zubringers, sowie einer Baustelle im weiteren Verlauf als mögliche Ursachen in Betracht gezogen werden sollen.

Beispiel 2:
Bestimme für das Abduktionsproblem aus Beispiel 1:

(a) alle Erklärungen der Beobachtung;

(b) alle minimalen Erklärungen;

(c) alle notwendigen Hypothesen;

(d) ob die Annahme, dass Stoßzeit ist, eine relevante Hypothese ist.

Beispiel 3:
Sei $\mathsf{Consistency}_{\langle \mathsf{W,D} \rangle}$ das Problem zu entscheiden, ob eine aussagenlogische Default Theorie $\langle W, D \rangle$ eine Extension besitzt:

> Geg.: Eine aussagenlogische Default Theorie $\langle W, D \rangle$.
> Ges.: Existiert eine Extension E von $\langle W, D \rangle$?

Zeige, dass $\mathsf{Consistency}_{\langle \mathsf{W,D} \rangle}$ in Σ_2^P ist.

Beispiel 4:
Zeige, dass $\mathsf{Consistency}_{\langle \mathsf{W,D} \rangle}$ Σ_2^P-hart ist.

Beispiel 5:
Betrachte erneut das Abduktionsproblem (T, H, O) aus Beispiel 1 und gib eine geschlossene quantifizierte aussagenlogische Formel (QBF) $A(O)$ an, sodass gilt:

$$A(O) \text{ ist wahr } \iff (T, H, O) \text{ besitzt eine Erklärung.}$$

Die QBF $A(O)$ sei parametrisch in O (d.h., ein Encoding bzw. ein wiederverwendbares Schema, woraus durch Ersetzung von O mit einer aussagenlogischen Formel, eine geschlossene QBF mit obiger Eigenschaft hervorgeht).

Freiwillig: Verwende einen QBF-Solver und evaluiere $A(O)$ für verschiedene Beobachtungen O.

Beispiel 6:
Sei A eine aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform und p eine aussagenlogische Konstante, sodass $A \wedge \neg p$ unerfüllbar ist. Dann gilt:

$$A \text{ ist erfüllbar } \iff A \wedge p \text{ ist erfüllbar.}$$

Zeige, dass obiges für quantifizierte aussagenlogische Formeln nicht gilt: Es existiert eine unerfüllbare QBF der Form $\mathsf{Q}_1 P_1 \ldots \mathsf{Q}_n P_n (A \wedge \neg p)$, sodass die Erfüllbarkeit der QBF $\mathsf{Q}_1 P_1 \ldots \mathsf{Q}_n P_n A$ nicht mit jener von $\mathsf{Q}_1 P_1 \ldots \mathsf{Q}_n P_n (A \wedge p)$ äquivalent ist.