UE Logik für Wissensrepräsentation WS 2013/14

Aufgabenblatt 2: Prädikatenlogik und Nichtmonotones Schließen

---

Beispiel 1:
Zeige mittels Einführungs- und Beseitigungsregeln für die Herleitungsrelation der Prädikatenlogik folgende Relationen:

(a) $\vdash ((\exists x\, A(x)) \supset B) \equiv \forall x\, (A(x) \supset B)$ (B enthält x nicht frei).

(b) $\forall x(G(x) \supset (D(x) \vee \exists y(B(x,y) \wedge A(y)), \exists x(F(x) \wedge G(x) \wedge \forall y(B(x,y) \supset F(y)), \neg\exists x(F(x) \wedge D(x)) \vdash \exists x(F(x) \wedge A(x))$.

Beispiel 2:
Zeige, dass folgende Formeln im Allgemeinen nicht gültig sind:

(a) $\exists x\, (A(x) \supset B(x)) \supset ((\forall x\, A(x)) \supset B(x))$.

(b) $(\exists x \exists y\, R(x,y)) \supset \exists x\, R(x,x)$.

Beispiel 3:
Übersetze folgende Argumente in den Symbolismus der Prädikatenlogik und zeige die Gültigkeit oder Ungültigkeit des Resultates.

(a) Kein Lebewesen ist unsterblich. Ameisenbären sind Lebewesen. Somit sind manche Ameisenbären nicht unsterblich.

(b) Jeder Idiot kann schifahren. Ich kann nicht schifahren. Also bin ich kein Idiot.

(c) Falls irgendjemand dieses Problem lösen kann, dann kann es ein Mathematiker lösen. Egbert Sousé ist ein Mathematiker der dieses Problem nicht lösen kann. Also kann dieses Problem nicht gelöst werden.

(d) Jeder Mathematiker kann dieses Problem lösen, falls es irgendjemand lösen kann. Egbert Sousé ist ein Mathematiker der dieses Problem nicht lösen kann. Also kann dieses Problem nicht gelöst werden.

Beispiel 4:
Unter einem *Enthymem* versteht man ein Argument indem nicht alle Prämissen explizit angeführt werden oder indem die Konklusion nicht erwähnt wird. Enthymeme sind somit *verkürzte Schlüsse*: Prämissen können weggelassen werden da sie als allgemein bekannt angesehen werden können oder aus rhetorischen Gründen zur bewußten Verschleierung von problematischen Prämissen (d.h., solchen, die der Zuhörer anzweifeln könnte und somit das Argument als nicht stichhaltig ansehen könnte). Die Unterdrückung einer Konklusion dient oftmals der Stichelei bzw. versteckter Kritik (engl. “innuendo”).
Ergänzen Sie in den folgenden Enthymemen fehlende Prämissen oder Konklusionen um gültige Argumente zu erhalten.

(a) Nur dem Kühnen gebührt das Holde. Sie ist hold. Er ist nicht kühn.

(b) Kindern ist der Eintritt nur in Begleitung von Erwachsenen gestattet. Mir ist der Eintritt gestattet. Also bin ich entweder ein Erwachsener oder in Begleitung eines Erwachsenen.

(c) Kasperl ist größer als Pezi. Pezi ist größer als Strolchi. Somit ist Kasperl größer als Strolchi.

Beispiel 5:
Man berechne die Extensionen folgender Default Theorien $\langle W, D\rangle$ (alle involvierten Formeln sind Atomformeln):

(a)
$$\begin{aligned} W &:= \emptyset\,; \\ D &:= \left\{ \frac{\top : A}{A} \right\}. \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} W &:= \emptyset\,; \\ D &:= \left\{ \frac{A : A}{A} \right\}. \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} W &:= \{\mathit{Student}\}\,; \\ D &:= \left\{ \frac{\mathit{Adult} : \mathit{Employed}}{\mathit{Employed}}, \frac{\mathit{Student} : \neg\mathit{Employed}}{\neg\mathit{Employed}}, \right. \\ &\qquad \left. \frac{\mathit{Student} : \mathit{Adult}}{\mathit{Adult}} \right\}. \end{aligned}$$

(d)
$$\begin{aligned} W &:= \{\mathit{Student}\}; \\ D &:= \left\{ \frac{\top : \mathit{Adult} \supset \mathit{Employed}}{\mathit{Adult} \supset \mathit{Employed}}, \frac{\mathit{Student} : \neg\mathit{Employed}}{\neg\mathit{Employed}}, \right. \\ &\qquad \left. \frac{\mathit{Student} : \mathit{Adult}}{\mathit{Adult}} \right\}. \end{aligned}$$

Beispiel 6:
Geben Sie eine möglichst einfache Menge von Defaults D an, sodass die folgenden drei Bedingungen erfüllt sind:

1. $\langle W_1, D \rangle$ mit $W_1 = \{Montag\}$ besitzt genau die Extension

$$Th(\{Montag, Arbeit\}).$$

2. $\langle W_2, D \rangle$ mit $W_2 = \{Feiertag\}$ besitzt genau die Extension

$$Th(\{Feiertag, \neg Arbeit\}).$$

3. $\langle W_3, D \rangle$ mit $W_3 = \{Montag, Feiertag\}$ besitzt genau die Extension

$$Th(\{Montag, Feiertag, \neg Arbeit\}).$$