UE Logik für Wissensrepräsentation
Aufgabenblatt 4: Abduktion, Komplexität und QBFs

Beispiel 1:
Betrachte eine Notstromversorgung unter folgenden Sachverhalten.

Ein Warnsystem gibt Auskunft darüber, ob Notstromversorgung besteht, oder nicht. Dazu bedient es sich folgender Informationen und Zusammenhänge:

(g1) wenn Strombedarf besteht und der Generator läuft, dann fließt Ladestrom zum Notstromaggregat;

(g2) wenn der Generator nicht läuft, dann fließt auch kein Ladestrom zum Notstromaggregat.

Weiters nutzt das System folgendes Wissen zur Bewertung des Ladezustandes des Notstromaggregates:

(n1) wenn das Notstromaggregat belastet ist, dann hat es weder volle Kapazität, noch ist es entleert;

(n2) wenn es unbelastet ist und Ladestrom zum Notstromaggregat fließt, dann ist es nicht entleert;

(n3) fließt kein Ladestrom zum Notstromaggregat, dann hat es auch nicht volle Kapazität.

Darüberhinaus werden Sachverhalte zur allgemeinen Stromversorgung wie folgt berücksichtigt:

(s1) wenn es einen Stromausfall gibt, dann gilt (i) das Notstromaggregat ist belastet und es besteht Notstromversorgung, aber keine vollständige Stromversorgung, oder (ii) es gibt keine Notstromversorgung;

(s2) wenn es zwar keinen Stromausfall gibt, aber das Notsromaggregat ist entleert obwohl Ladestrom fließt, dann besteht auch keine Notstromversorgung.

Das Warnsystem meldet, dass kein Ladestrom zum Notstromaggregat fließt und keine Notstromversorgung besteht.

Modelliere obige Sachverhalte und die gemachte Beobachtung als ein propositionales Abduktionsproblem, wobei jeweils das Vorliegen als auch das Nichtvorliegen von Strombedarf, eines laufenden Generators, einer Belastung des Notstromaggregates, sowie eines Stromausfalls als mögliche Ursachen in Betracht gezogen werden sollen.

Beispiel 2:
Bestimme für das Abduktionsproblem aus Beispiel 1:

(a) alle Erklärungen der Beobachtung;

(b) alle minimalen Erklärungen;

(c) alle notwendigen Hypothesen;

(d) ob die Annahme, dass Strombedarf vorliegt, eine relevante Hypothese ist.

Beispiel 3:
Sei $\mathsf{Consistency}_{\langle \mathsf{W,D} \rangle}$ das Problem zu entscheiden, ob eine aussagenlogische Default Theorie $\langle W, D \rangle$ eine Extension besitzt:

> Geg.: Eine aussagenlogische Default Theorie $\langle W, D \rangle$.
> Ges.: Existiert eine Extension E von $\langle W, D \rangle$?

Zeige, dass $\mathsf{Consistency}_{\langle \mathsf{W,D} \rangle}$ in Σ_2^P ist.

Beispiel 4:
Zeige, dass $\mathsf{Consistency}_{\langle \mathsf{W,D} \rangle}$ Σ_2^P-hart ist.

Beispiel 5:
Betrachte erneut das Abduktionsproblem (T, H, O) aus Beispiel 1 und gib eine geschlossene quantifizierte aussagenlogische Formel (QBF) $A(O)$ an, sodass gilt:

$$A(O) \text{ ist wahr } \iff (T, H, O) \text{ besitzt eine Erklärung.}$$

Die QBF $A(O)$ sei parametrisch in O (d.h., ein Encoding bzw. ein wiederverwendbares Schema, woraus durch Ersetzung von O mit einer aussagenlogischen Formel, eine geschlossene QBF mit obiger Eigenschaft hervorgeht).

Freiwillig: Verwende einen QBF-Solver und evaluiere $A(O)$ für verschiedene Beobachtungen O.

Beispiel 6:
Sei A eine aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform und p eine aussagenlogische Konstante, sodass $A \wedge \neg p$ unerfüllbar ist. Dann gilt:

$$A \text{ ist erfüllbar } \iff A \wedge p \text{ ist erfüllbar.}$$

Zeige, dass obiges für quantifizierte aussagenlogische Formeln nicht gilt: Es existiert eine unerfüllbare QBF der Form $\mathsf{Q}_1 P_1 \dots \mathsf{Q}_n P_n (A \wedge \neg p)$, sodass die Erfüllbarkeit der QBF $\mathsf{Q}_1 P_1 \dots \mathsf{Q}_n P_n A$ nicht mit jener von $\mathsf{Q}_1 P_1 \dots \mathsf{Q}_n P_n (A \wedge p)$ äquivalent ist.