

UE Logik für Wissensrepräsentation WS 2018/19

Aufgabenblatt 2: Prädikatenlogik

Beispiel 1:

Zeigen Sie mittels Einführungs- und Beseitigungsregeln für die Herleitungsrelation der Prädikatenlogik folgende Eigenschaften:

- (a) $\vdash (\exists x A(x) \vee \exists x B(x)) \equiv \exists x (A(x) \vee B(x))$.
- (b) $\forall x(G(x) \supset (D(x) \vee \exists y(B(x, y) \wedge A(y))), \exists x(F(x) \wedge G(x) \wedge \forall y(B(x, y) \supset F(y))), \neg \exists x(F(x) \wedge D(x)) \vdash \exists x(F(x) \wedge A(x))$.

Beispiel 2:

Zeigen Sie, dass folgende Formeln im Allgemeinen nicht gültig sind:

- (a) $\exists x (A(x) \supset B(x)) \supset ((\forall x A(x)) \supset B(x))$.
- (b) $(\exists x \exists y R(x, y)) \supset \exists x R(x, x)$.

Beispiel 3:

- (a) Formalisieren Sie in Prädikatenlogik (mit Identität “=”) folgende Aussagen:
 - (i) Es gibt genau ein Objekt welches die Eigenschaft P erfüllt.
 - (ii) Es gibt höchstens zwei Objekte welche die Eigenschaft P erfüllen.
- (b) Zeigen Sie, dass die Eigenschaft (i) sich nicht mittels Prädikatenlogik *ohne* Identität formalisieren läßt.

Beispiel 4:

Übersetzen Sie folgende Argumente in den Symbolismus der Prädikatenlogik und zeigen Sie die Gültigkeit oder Ungültigkeit des Resultates.

- (a) Kein Lebewesen ist unsterblich. Ameisenbären sind Lebewesen. Somit sind manche Ameisenbären nicht unsterblich.
- (b) Jeder Idiot kann schifahren. Ich kann nicht schifahren. Also bin ich kein Idiot.
- (c) Falls irgendjemand dieses Problem lösen kann, dann kann es ein Mathematiker lösen. Egbert Sousé ist ein Mathematiker der dieses Problem nicht lösen kann. Also kann dieses Problem nicht gelöst werden.
- (d) Jeder Mathematiker kann dieses Problem lösen, falls es irgendjemand lösen kann. Egbert Sousé ist ein Mathematiker der dieses Problem nicht lösen kann. Also kann dieses Problem nicht gelöst werden.

- (e) Eine Rose ist rot. Rot ist eine Farbe. Also ist eine Rose eine Farbe.
- (f) Funktionen sind Relationen. Relationen sind Mengen. Also sind Funktionen Mengen.
- (g) Salz und Zucker sind weiß. Nichts ist sowohl Zucker als auch Salz. Somit ist nichts weiß.

Beispiel 5:

Unter einem *Enthymem* versteht man ein Argument indem nicht alle Prämissen explizit angeführt werden oder indem die Konklusion nicht erwähnt wird. Enthymeme sind somit *verkürzte Schlüsse*: Prämissen können weggelassen werden da sie als allgemein bekannt angesehen werden können oder aus rhetorischen Gründen zur bewußten Verschleierung von problematischen Prämissen (d.h., solchen, die der Zuhörer anzweifeln könnte und somit das Argument als nicht stichhaltig ansehen könnte). Die Unterdrückung einer Konklusion dient oftmals der Stichelei bzw. versteckter Kritik (engl. "innuendo").

Ergänzen Sie in den folgenden Enthymemen fehlende Prämissen oder Konklusionen um gültige Argumente zu erhalten und zeigen Sie deren Gültigkeit.

- (a) Nur dem Kühnen gebührt das Holde. Sie ist hold. Er ist nicht kühn.
- (b) Kindern ist der Eintritt nur in Begleitung von Erwachsenen gestattet. Mir ist der Eintritt gestattet. Also bin ich entweder ein Erwachsener oder in Begleitung eines Erwachsenen.
- (c) "Music is art, and art is important and rare. Important, rare things are valuable. Valuable things should be paid for." (Taylor Swift, Interview im *Rolling Stone* vom 7.7.2014.)