Institut für Computersprachen
Technische Universität Wien
Prof. Dr. J. Knoop

A-1040 Wien
Argentinierstr. 8
Tel.: 01-58801-18510

"Analyse und Verifikation (185.276, VU 2.0, ECTS 3.0)" SS 2013

Übungsblatt 2 12.03.2013

Aufgabe 1 : (4+1 Punkte)

Unter den *freien Variablen* eines Booleschen Ausdrucks b verstehen wir die Menge der in ihm vorkommenden Variablen. Diese Menge lässt sich induktiv wie folgt definieren:

$$\begin{aligned} FV(true) &= \emptyset \\ FV(false) &= \emptyset \\ FV(a_1 = a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2) \\ FV(a_1 \leq a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2) \\ FV(\neg b_1) &= FV(b_1) \\ FV(b_1 \wedge b_2) &= FV(b_1) \cup FV(b_2) \\ FV(b_1 \vee b_2) &= FV(b_1) \cup FV(b_2) \end{aligned}$$

1. Beweisen Sie induktiv: Sind σ und σ' zwei Zustände mit $\sigma(x) = \sigma'(x)$ für alle $x \in FV(b)$, dann gilt:
$$[\![b]\!]_B(\sigma) = [\![b]\!]_B(\sigma')$$
2. Was bedeutet die vorstehende Aussage anschaulich?

Aufgabe 2 : (5+5 Punkte)

Beweisen Sie mithilfe der

1. SO- und
2. N-Semantik

dass die sequentielle Komposition assoziativ ist, d.h. die Anweisungsfolgen

$$\pi_1; (\pi_2; \pi_3) \quad \text{und} \quad (\pi_1; \pi_2); \pi_3$$

sind semantisch äquivalent.

Aufgabe 3 : (5+5 Punkte)

Sei $\sigma \in \Sigma$ ein Zustand mit $\sigma(x) = 13$ und $\sigma(y) = 5$. Zeigen Sie mithilfe der

1. strukturell operationellen
2. natürlichen

Semantik von WHILE, dass das Programm

$$z := 0;\ \textbf{while}\ y \leq x\ \textbf{do}\ z := z + 1;\ x := x - y\ \textbf{od}$$

angesetzt auf σ regulär im Zustand $\sigma[2/z][5/y][3/x]$ terminiert.

Aufgabe 4 : (5 Punkte)

Seien $\pi_1, \pi_2 \in \mathbf{Prg}$ und $\sigma, \sigma' \in \Sigma$.

Untersuchen Sie die Gültigkeit der folgenden Implikation (Beweis oder Gegenbeispiel):

$$\langle \pi_1; \pi_2, \sigma \rangle \Rightarrow^* \langle \pi_2, \sigma' \rangle \;\succ\; \exists\, k \in \mathbb{N}_0.\ \langle \pi_1, \sigma \rangle \Rightarrow^{\mathsf{k}} \sigma'$$

Aufgabe 5 : (5+5 Punkte)

Wir erweitern die Programmiersprache WHILE um das Konstrukt

$$\texttt{repeat}\ \pi\ \texttt{until b end}$$

Geben Sie eine

1. SOS-Regel [rep_sos]
2. NS-Regel [rep_ns]

an, die diesem Konstrukt die "gewohnte" Semantik gibt, ohne bei der Angabe dieser Regeln die Existenz des while-Konstrukts in WHILE auszunutzen.

Aufgabe 6 : (5+5 Punkte)

Wir erweitern die Programmiersprache WHILE um das Konstrukt

$$\texttt{for}\ x\ :=\ a_1\ \texttt{to}\ a_2\ \texttt{do}\ \pi\ \texttt{od}$$

Definieren Sie die SO- und N-Semantik für dieses Konstrukt so, dass es der "gewohnten" Bedeutung der for-Schleife entspricht.

Abgabe: Dienstag, den 09.04.2013, vor der Vorlesung.