

**Aufgabe 1** : (4+1 Punkte)

Unter den *freien Variablen* eines Booleschen Ausdrucks  $b$  verstehen wir die Menge der in ihm vorkommenden Variablen. Diese Menge lässt sich induktiv wie folgt definieren:

$$\begin{aligned}FV(\text{true}) &= \emptyset \\FV(\text{false}) &= \emptyset \\FV(a_1 = a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2) \\FV(a_1 \leq a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2) \\FV(\neg b_1) &= FV(b_1) \\FV(b_1 \wedge b_2) &= FV(b_1) \cup FV(b_2) \\FV(b_1 \vee b_2) &= FV(b_1) \cup FV(b_2)\end{aligned}$$

1. Beweisen Sie induktiv: Sind  $\sigma$  und  $\sigma'$  zwei Zustände mit  $\sigma(x) = \sigma'(x)$  für alle  $x \in FV(b)$ , dann gilt:

$$\llbracket b \rrbracket_B(\sigma) = \llbracket b \rrbracket_B(\sigma')$$

2. Was bedeutet die vorstehende Aussage anschaulich?

**Aufgabe 2** : (5+5 Punkte)

Sei  $\sigma \in \Sigma$  ein Zustand mit  $\sigma(x) = 13$  und  $\sigma(y) = 5$ . Zeigen Sie mithilfe der

1. strukturell operationellen
2. natürlichen

Semantik von WHILE, dass das Programm

$z := 0; \text{ while } y \leq x \text{ do } z := z + 1; x := x - y \text{ od}$

angesetzt auf  $\sigma$  regulär im Zustand  $\sigma[2/z][5/y][3/x]$  terminiert.

**Aufgabe 3** : (5 Punkte)

Seien  $\pi_1, \pi_2 \in \mathbf{Prg}$  und  $\sigma, \sigma' \in \Sigma$ .

Untersuchen Sie die Gültigkeit der folgenden Implikation (Beweis oder Gegenbeispiel):

$$\langle \pi_1; \pi_2, \sigma \rangle \Rightarrow^* \langle \pi_2, \sigma' \rangle \succ \exists k \in \mathbf{N}_0. \langle \pi_1, \sigma \rangle \Rightarrow^k \sigma'$$

---

**Abgabe:** Dienstag, den 24.03.2015, vor der Vorlesung.