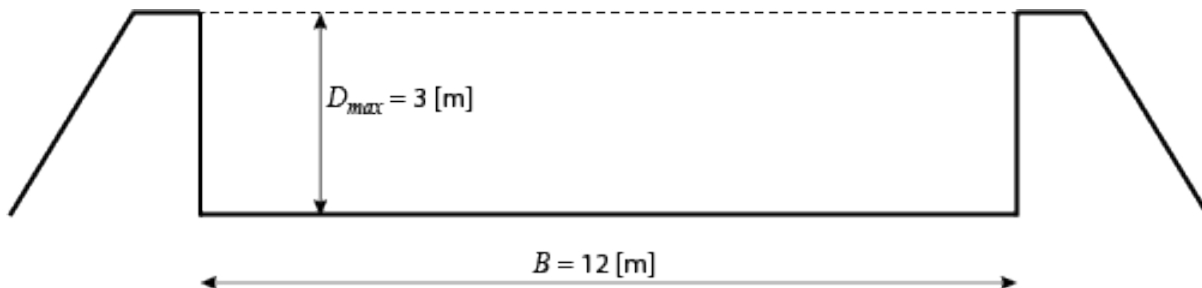


Beispiel 1.**(35/133 Punkte)**

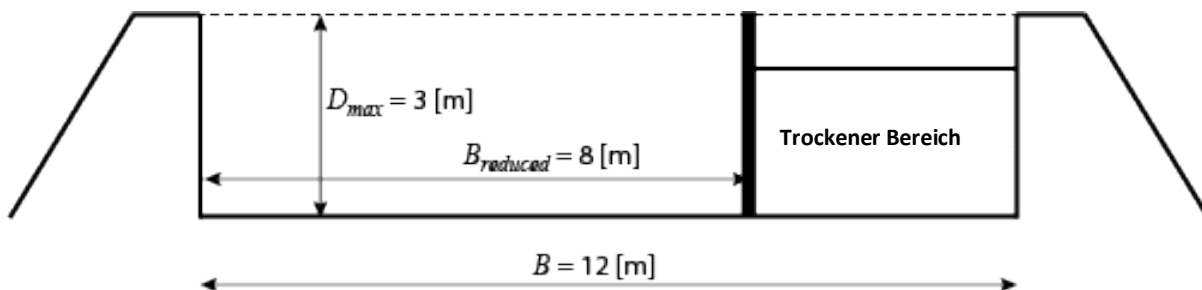
Ein Abschnitt eines Kanales hat konstante geometrische Eigenschaften: seine Sohlneigung ist $J_f = 0,01$ und seine Querschnittsform ist rechteckig mit einer Breite von $B = 12$ [m]. Die Oberkanten der Uferböschungen liegen 3 [m] über dem Sohlniveau. Der Manning-Strickler-Reibungskoeffizient wird auf $K_s = 40$ [$\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$] geschätzt.



Gegeben sei der Hochwasserabfluss mit einer Wiederkehrperiode von 20 Jahren, der auf $Q = 100$ [$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$] geschätzt wird.

1. Berechnen Sie Normalabflusstiefe (2 Punkte) und kritische Tiefe (2 Punkte) und bestimmen Sie den Abflusszustand (2 Punkte). (6 Punkte)
2. Zeichnen Sie die spezifische Energiekurve. Tragen Sie die Punkte für Fließtiefen von 1 [m], 1,5 [m], 2 [m], 2,5 [m], 3 [m] und 4 [m] ein. Stellen Sie auch die kritische und Normalabflusstiefe auf der spezifischen Energiekurve dar. (5 Punkte)

Um die Widerlager einer Brücke zu konstruieren, wird die Breite während der Bauarbeiten lokal auf 8 m eingengt. Die Uferoberkanten liegen weiterhin 3 m über der Sohle.



Unglücklicherweise tritt der Hochwasserabfluss während der Bauarbeiten auf.

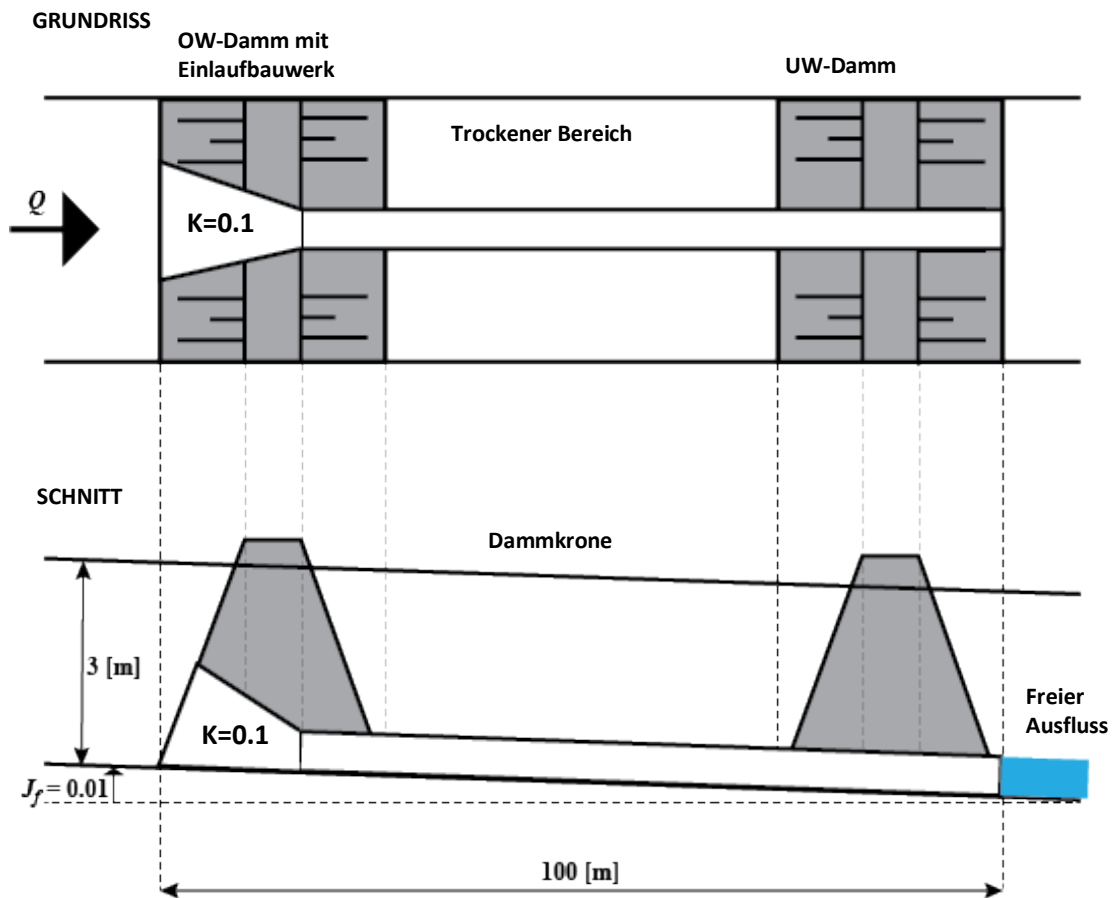
3. Berechnen Sie die kritische Tiefe (2 Punkte) und die entsprechende spezifische Energie (2 Punkte) im eingengten Bereich. (4 Punkte)
4. Wird es zum Überlaufen über die Uferkanten kommen? Rechtfertigen Sie Ihre Antwort und erläutern Sie kurz den Lösungsansatz. (10 Punkte)
5. Schätzen Sie ungefähr den Durchfluss, ab dem es zum Überlaufen über die Uferkanten kommt. Erläutern Sie kurz Ihren Lösungsansatz. (10 Punkte)

Beispiel 2. (Bitte ein neues Blatt verwenden)

(25/133 Punkte)

Eine weitere Möglichkeit, den Brückenpfeiler zu errichten, ist die Herstellung eines wasserfreien Bereiches, der durch Deiche stromaufwärts und stromabwärts getrennt ist. Der gesamte Abfluss wird über ein 100 [m] langes Rohr über die gesamte Trockenstrecke umgeleitet.

In dem stromaufwärts gelegenen Damm ist ein Einlaufbauwerk als Übergang zwischen dem Querschnitt des offenen Kanals und dem Rohr eingebaut. Dieses Einlaufbauwerk hat geringe Energieverluste, die durch einen Verlustkoeffizienten von $K = 0,1$ gekennzeichnet sind; Das Wasser fließt frei aus dem Rohr, ohne dass es zu Energieverlusten kommt. Die Situation ist in der Abbildung schematisch dargestellt, die nicht maßstabsgetreu ist.

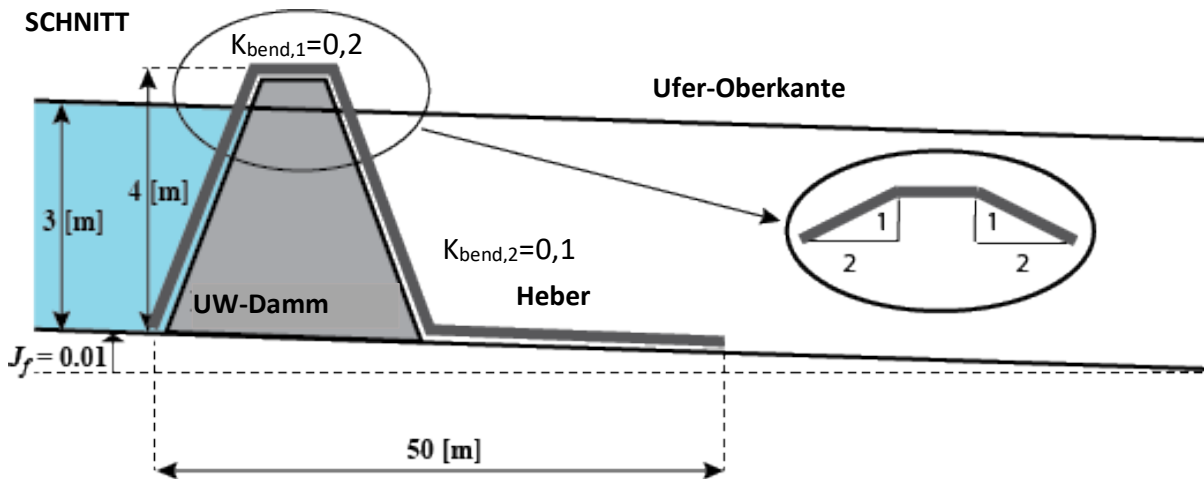


1. Es wird ein Betonrohr mit einem Durchmesser $D = 1,5$ [m] und einer äquivalenten Sandrauheit $k_s = 0,001$ [m] verwendet. Was ist der maximale Abfluss Q_{max} , bevor Überschwemmungen stromaufwärts auftreten (wegen unzureichender Kapazität des Rohres)? (5 Punkte).
 Begründen Sie den Wert des Darcy-Weisbach-Reibungskoeffizienten f , der in Ihren Berechnungen verwendet wird. (5 Punkte)
 Erklären Sie kurz Ihren Lösungsansatz (5 Punkte) (15 Punkte)
2. Angenommen, der Preis eines Rohres ist proportional zum Rohrdurchmesser. Wäre es billiger, mehrere Rohre mit $D = 1$ [m] anstatt ein Rohr mit $D = 1,5$ [m] zu verwenden, um den gleichen maximalen Durchfluss zu erzielen? Die äquivalente Sandrauheit des kleineren Rohres ist ebenfalls $k_s = 0,001$ [m]. Begründen Sie auch für das kleinere Rohr den angenommenen Wert des Darcy-Weisbach Reibungskoeffizienten f . (10 Punkte)

Beispiel 3. (Bitte ein neues Blatt verwenden)

(50/133 Punkte)

Aufgrund eines großen Hochwassers wurde der trockene Bereich des vorherigen Beispiels überschwemmt. Eine Heberleitung (Gesamtlänge 62 [m], Durchmesser $D = 0,2$ [m] und äquivalente Sandraugigkeit $k_s = 0,0002$ [m]) wird verwendet, um den Bereich zu entleeren. Die Geometrie des Hebers ist in der Abbildung angegeben:

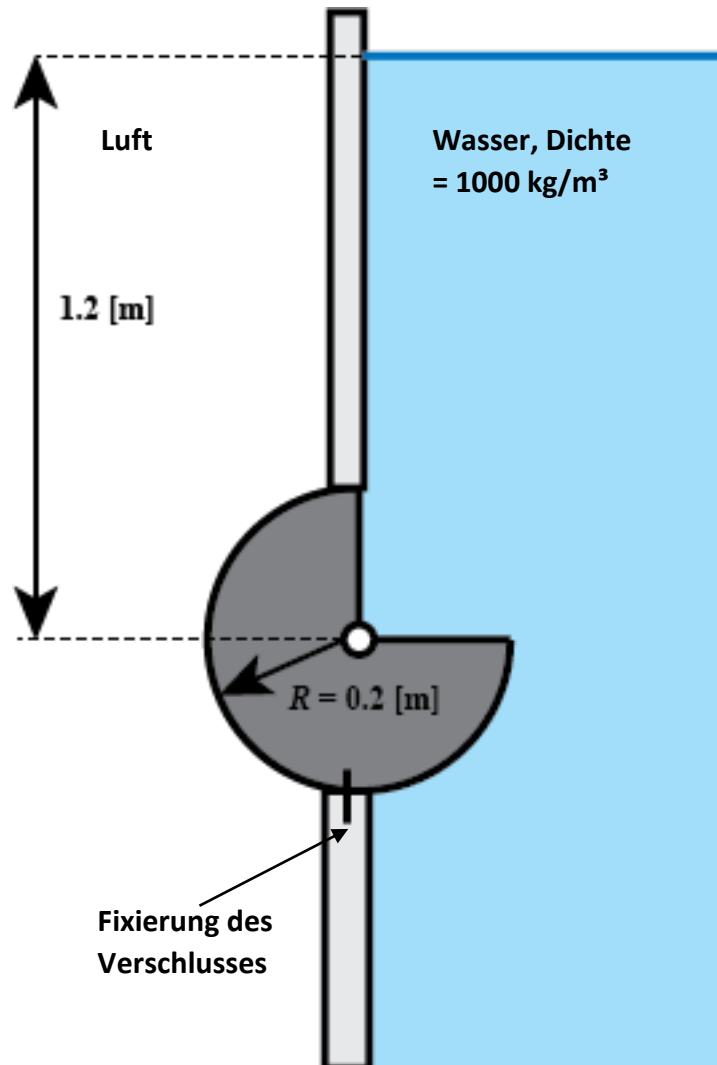


Betrachten Sie die Situation zu Beginn des Entleerungsvorgangs, wenn der Wasserstand stromaufwärts 3 m beträgt. Der Abfluss in der Heberleitung wird durch Absaugen eingeleitet.

1. Ermitteln Sie den Durchfluss zu Beginn der Entleerung im Heber unter der Annahme geringer Energieverluste am Einlauf, charakterisiert durch einen Verlustkoeffizienten von $K_{inflow} = 0,2$, geringe Verluste am höchsten Punkt des Hebers mit einem Verlustkoeffizienten von $K_{bend,1} = 0,2$ und in der zweiten Krümmung mit einem Verlustbeiwert von $K_{bend,2} = 0,1$ (siehe Abbildung). (7 Punkte).
 Begründen Sie den angenommenen Wert des Darcy-Weisbach-Reibungskoeffizienten f . (3 Punkte)
 Erklären Sie kurz Ihren Lösungsansatz (5 Punkte) (15 Punkte)
2. Zeichnen Sie die Energielinie und die Drucklinie. (15 Punkte)
3. Ermitteln Sie den Wert und den Ort des niedrigsten Drucks im Heber. (6 Punkte).
 Diskutieren Sie das Kavitationsrisiko. (4 Punkte) (10 Punkte)
4. Berechnen Sie die Kraft, die das fließende Wasser auf die Krümmung am höchsten Punkt des Hebers ausübt, unter der Annahme, dass sich der Druck nicht über die Länge der Krümmung ändert. (10 Punkte)

Beispiel 4. (Bitte ein neues Blatt verwenden)**(23/133 Punkte)**

Gegeben ist ein zylindrischer Verschluss, der sich um seine Achse drehen kann (siehe Abbildung). Der Radius des Verschlusses beträgt $R = 0,2$ [m] und der Verschluss ist 2 [m] breit (senkrecht zur dargestellten Skizze).



1. Zeichnen Sie schematisch die Verteilung des hydrostatischen Drucks und die resultierenden Kräfte in die Skizze ein (6 Punkte)
2. Ermitteln Sie die horizontale Komponente der auf den Verschluss wirkenden hydrostatischen Kraft. (6 Punkte)
3. Ermitteln Sie die vertikale Komponente der auf den Verschluss wirkenden hydrostatischen Kraft. (6 Punkte)
4. Bestimmen Sie Größe und Winkel (in Bezug auf die Horizontale) der resultierenden hydrostatischen Kraft. (3 Punkte)
5. Neigt der Verschluss dazu, sich unter dem Einfluss der hydrostatischen Kräfte im oder gegen den Uhrzeigersinn zu drehen? Erläutern Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

VORLESUNG
TECHNISCHE HYDRAULIK
 222.564

Formelsammlung

Eigenschaften von Fluiden: Technische Hydraulik

$T [^\circ]$	0	10	20	40	60	80	100
$\rho [\text{kg m}^{-3}]$	999.8	999.7	998.2	992.2	983.2	971.8	958.4
$\nu [10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}]$	1.787	1.307	1.004	0.658	0.474	0.365	0.294
$\epsilon [10^7 \text{ N m}^{-2}]$	2	2.09	2.15	2.25	2.25	2.19	2.08
$S [\text{N m}^{-3}]$ (water-air)	0.0756	0.0742	0.0728	0.0696	0.0662	0.0626	0.0589
$\rho_s [\text{N m}^{-3}]$	610	1228	2339	7378	19923	47359	101360

Gewichtskraft als einzige Volumenkraft: inkompressible Fluide

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{p}{\rho g} + z = \text{cte} [m]$$

↑

Piezometrische Höhe

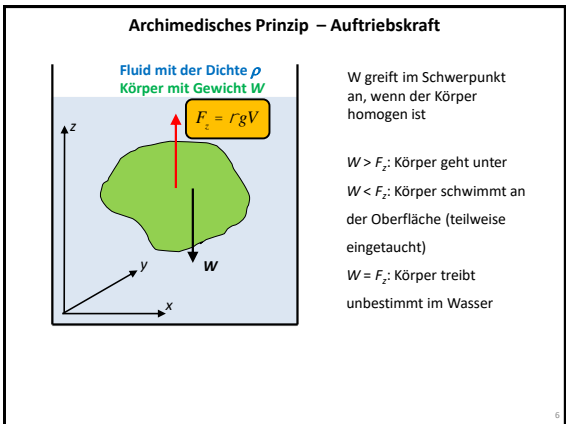
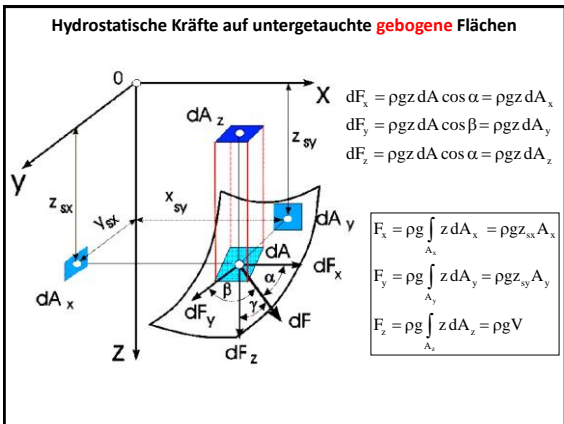
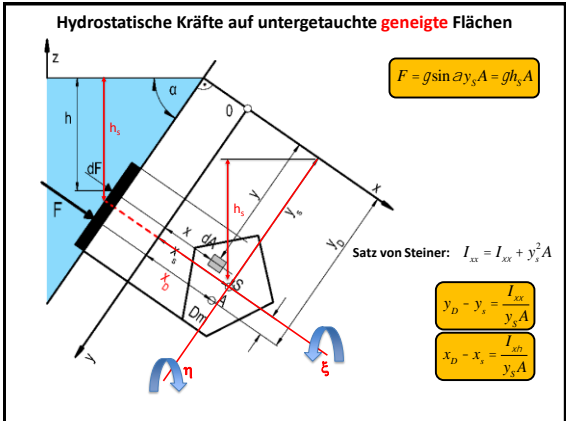
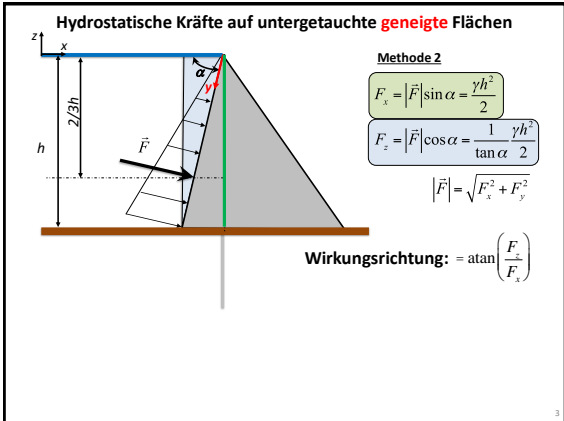
↓

Druckhöhe

↑

Potenzielle Höhe

Höhe = Energie pro Gewichtseinheit



Massenerhaltung: integrale Form

Rohrströmung

Offenes Gerinne

$$\int_{\omega} \text{div} \vec{v} dV = \oint_S \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$$

$$-V_1 S_1 + V_2 S_2 + 0 = 0$$

$$Q = V_1 S_1 = V_2 S_2$$

$$Q = V_1 B_1 D_{h1} = V_2 B_2 D_{h2}$$

Laminare vs. turbulente Strömung

Das Fluid bewegt sich sanft oder in geregelten Bahnen	Das Fluid durchlebt unregelmäßige Bewegungen und Durchmischungen
$Re = \frac{UD}{\nu} < Re_{cr}$	$Re = \frac{UD}{\nu} > Re_{cr}$

Re: Reynoldszahl[-]
U: Charakteristische Geschwindigkeit [m s⁻¹]
D: Charakteristisches Längenausmaß [m]
 $\nu = \mu/\rho$: kinematische Viskosität [m² s⁻¹]
Re_{cr}: kritischer Wert der Reynoldszahl, wo der Wechsel zwischen laminarer- und turbulenter Strömung passiert; Re_{cr} = 2000 bis 4000 in Rohrströmungen

Stationäre laminare Rohrströmung: Hagen-Poiseuille (1840)

$\rho \vec{b} - \text{grad} p = -\text{grad} p^*$

Vereinte Darstellung für Rohrströmung getrieben durch Gravitations- und Druckgradienten

$$u = u(r=0) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = \frac{1}{4m} \left(-\frac{\partial p^*}{\partial x}\right) R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

Hagen-Poiseuille Gesetz: $Q = \frac{\rho}{8m} \left(-\frac{\partial p^*}{\partial x}\right) R^4 = \frac{\rho}{128m} \left(-\frac{\partial p^*}{\partial x}\right) D^4$

Stationäre laminare Rohrströmung: Hagen-Poiseuille (1840)

Energie pro Einheitsgewicht: $E = \frac{p}{\rho g} + \frac{U^2}{2g}$ wobei $U=Q/S$ die durchschnittliche Geschwindigkeit im Querschnitt ist

- $\frac{p}{\rho g}$: Potenzielle Energie pro Einheitsgewicht (siehe Hydrostatik)
- $\frac{U^2}{2g}$: Kinetische Energie pro Einheitsgewicht

Darcy-Weisbach $h_f = f \frac{DL}{D} \frac{U^2}{2g}$

$\frac{64}{Re} = f$

→ In einem Rohr mit konst. Durchmesser: $D: h_f = \Delta p^* / \rho g$

Das Geschwindigkeitsprofil in stetig turbulenter inkompressibler Newton'scher Strömung

Wie wirken sich diese zusätzlichen Terme auf das Geschwindigkeitsprofil aus?

Hinweis:

- $\tau_w(z=D) = 0$
- $-\partial p^* / \partial x = \rho g S$ mit S als unteres Gefälle (siehe TH_LaminarFlow)

$$D \left(-\frac{\partial p^*}{\partial x}\right) = \tau_b \rightarrow \text{Kraft im Gleichgewicht mit Grenzreibung}$$

$$\tau_w(z) = \tau_b \left(1 - \frac{z}{D}\right) \rightarrow \text{Lineare Änderung der Schubspannung}$$

→ Gleiches Gleichgewicht und Schubspannungsverteilung wie in laminarer Strömung!

Reibungskoeffizient in stetig turbulenter inkompressibler Newton'scher Strömung

Glatte turbulente Strömung (Rohrströmung und offenes Gerinne):

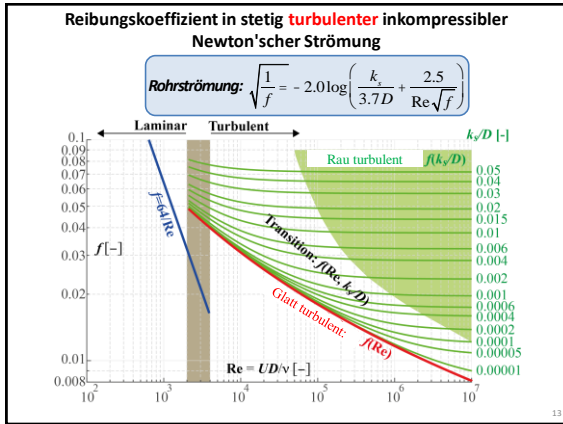
$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{u_* z}{\nu}\right) + 5.5$$

Rohrströmung: $\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{U}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{u_* D}{\nu}\right) \rightarrow \sqrt{\frac{1}{f}} = 2.0 \log \left(\text{Re} \sqrt{f}\right) - 0.8$

Offenes Gerinne: $\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{U}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{u_* D}{\nu}\right) + 3.5 \rightarrow \sqrt{\frac{1}{f}} = 2.0 \log \left(\text{Re} \sqrt{f}\right) + 0.3$

Kommentare:

- $f(\text{turbulent}) \gg f(\text{laminar})$
- $f = f(Re)$
- kein Einfluss der Wandrauhigkeit: **WARUM?**

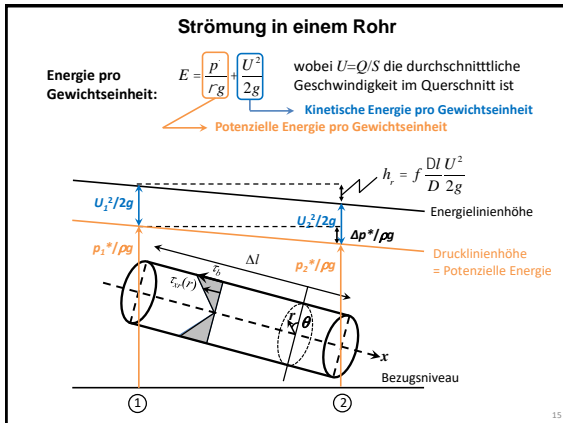


Reibungskoeffizient in stetig turbulenter inkompressibler Newton'scher Strömung

Relative Rauheit für Industrierohre

Oberfläche	Äquivalente Rauheit k_s [10 ⁻³ m]
Kupfer, Blei, Messing, Aluminium (neu)	0.001 – 0.002
PVC und Plastikrohre	0.0015 – 0.007
Epoxy, Vinylester und Isophtal Rohre	0.005
Rostfreier Stahl	0.015
Handelsübliches Stahlrohr	0.045 – 0.09
Gezogener Stahl	0.015
Geschweißter Stahl	0.045
Verzinkter Stahl	0.15
Rostiger Stahl (Korrosion)	0.15 – 4
Neues Gusseisen	0.25 – 0.8
Abgenutztes Gusseisen	0.8 – 1.5
Rostiges Gusseisen	1.5 – 2.5

14



Strömung in einem Rohr

Massenerhaltung (Kontinuitätsgleichung)	$Q = US = U \frac{\pi D^2}{4}$
Darcy-Weisbach Gleichung für Energieverluste	$h_r = f \left(Re, \frac{k_s}{D} \right) \frac{DI}{D} \frac{U^2}{2g} = \frac{8}{\rho^2 g} f \left(Re, \frac{k_s}{D} \right) \frac{Dl Q^2}{D^5}$
Colebrook-White Gleichung für f , wie aus dem Moody-Stanton Diagramm	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{k_s}{3.7D} + \frac{2.5}{Re \sqrt{f}} \right)$
Reynolds Zahl	$Re = \frac{UD}{\nu} = \frac{4Q}{\rho D \eta}$

Nicht kreisförmige Rohrquerschnitte: D wird mit $4R_h$ ersetzt
 R_h ist der hydraulische Radius. Dieser ist definiert als das Verhältnis zwischen Strömungsquerschnitt und benetztem Umfang: $R_h = S/P$

Lokale Verluste: $h_m = K \frac{U^2}{2g}$

$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{U_2^2}{2g} + \sum h_r + \sum h_m$

16

Euler Impulssatz: allgemein

$$\frac{d}{dt} \int_{\text{CV}} \rho \vec{v} dV + \oint_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \vec{F}_p + \vec{F}_c + \vec{F}_s = \sum \vec{F}$$

Temporäre Änderung des Impulses der Flüssigkeit innerhalb des Kontrollvolumens
 Fluss des Impulses durch die Oberfläche
 Äußere Kräfte, die auf das Kontrollvolumen wirken: Körperkräfte, Druckkräfte, Scherkräfte

17

Euler Impulssatz: Rohr mit Änderungen der Durchflussrichtung und des Durchmessers

$$\begin{cases} F_{x,flow} = r \frac{Q^2}{S_{out}} \left(\frac{S_{out}}{S_{in}} - \cos q \right) + p_{out} S_{out} \left(\frac{p_{in} S_{in}}{p_{out} S_{out}} - \cos q \right) \\ F_{y,flow} = r \frac{Q^2}{S_{out}} \left(-\sin q \right) + p_{out} S_{out} \left(-\sin q \right) \end{cases}$$

18

