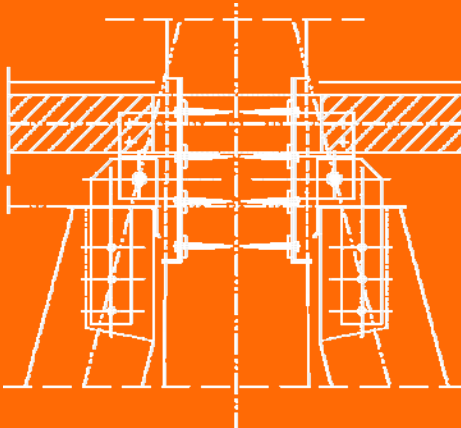





Holzbau II

259.383 Holzbau 2 WS14 | VU 3.0h, 4ECTS

Übung 1 - Verbundbauteile
DI M. Rinnhofer




Darf nur zu Studienzwecken verwendet werden;
© ITI / TU Wien, 2014

 Institut für Architekturwissenschaften
 Tragwerksplanung und Ingenieurbau
 o.Univ.Prof. ODI Wolfgang Winter

1	07.10.	Einführung, Tall Buildings	Winter
2	14.10.	Verbundbauteile	Rinnhofer
3	21.10.	Die Rolle des Architekten bei der Einfamilienhausplanung	Abendroth
4	28.10.	Vorgefertigter Holzbau aus der Sicht des Holzbaumeisters	Klaura
5 + UE	04.11.	Verbundbauteile Übung 1	Rinnhofer
optional (SR 1/3 Operrgasse)	06.11.	Vorfertigung im Holzbau, Maschinen und Prozesse	Lumplecker
6	11.11.	Planungs- und Herstellungsabläufe in der Fertigbauindustrie	Weiss
7	18.11.	Brücken	Winter
optional (SR 1/3 Operrgasse)	20.11.	Holzarchitektur: Gestaltung und Innovation ohne „Mehraufwand“	Troy
8	25.11.	Brandschutz	Teibinger
optional (SR 1/3 Operrgasse)	27.11.	Wenn sich Architektur auf Holzbau spezialisiert	holz.architekten
9	02.12.	CLT – Wieso, weshalb, warum?	Weiß
10	09.12.	Fassaden aus Holz	Schober
11 + UE	16.12.	Brücken Übung 2	Rinnhofer
12	13.01.	Erdbeben und Schwingungen	Fadai
optional (ZS15)	14.01.	Der Bauingenieur als Architektenversther?	Petraschka
13 + UE	20.01.	Erdbeben und Schwingungen Übung 3	Fadai / Panova
optional (ZS15)	21.01.	Herstellung, Montage, Logistik, Kosten	Woschitz
14	27.01.	Sommerliche Überwärmung	Nackler


DI M. Rinnhofer
ITI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile

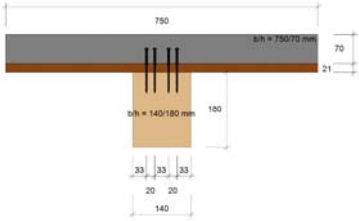



Verbundbauteile

Brettsper Holz / CLT




Verbund 2er Werkstoffe

DI M. Rinnhofer
TI TU Wien

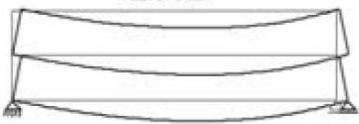
Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile



Nachgiebig verbundene Biegestäbe


Zwischen dem **lose** übereinander gelagerten und dem **starr** verleimten mehrteiligen Biegeträger herrscht hinsichtlich des Tragverhaltens ein extremer Unterschied. Sind die Einzelquerschnitte vernagelt oder durch andere mechanische Verbindungsmittel **schubweich** verbunden, nennt man bei entsprechender Beanspruchung das Gesamtsystem einen **nachgiebig verbundenen Biegeträger**. Sein Tragverhalten liegt zwischen den dargelegten Extremen.

LOSE



$$EI_{ef} = \sum EI_i$$


STARR



$$EI_{ef} = \sum EI_i + \sum \text{Steiner}_i$$

DI M. Rinnhofer
TI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile



Nachgiebig verbundene Biegestäbe

keine Verbund

starrer Verbund

nachgiebiger Verbund

Kuhlmann U., Schänzlin J. (2004): Berechnung von Holz-Beton-Verbunddecken - Neuere Entwicklungen

DI M. Rinnhofer
TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile

γ -Verfahren

$\gamma = 0$ $I_{\text{eff}} = \frac{b h^3}{6}$

$\gamma = 1$ $I = 4 \frac{b h^3}{6}$

$0 < \gamma < 1$ $I_{\text{eff}} = \sum I_i + \gamma \sum a_i^2 A_i$

DI M. Rinnhofer
TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile

γ -Verfahren

Gemeinsam mit den Zulassungsunterlagen des Verbindungsmittelhersteller ist es möglich Aussagen zum Verhalten des Bauteils zum Zeitpunkt $t = 0$ und zum Zeitpunkt $t = \infty$ zu machen.

Zur Ermittlung des Tragverhaltens wird in diesem Näherungsverfahren, ausgehend von der ideellen Steifigkeit des starren Verbundes, eine wirksame Steifigkeit des elastischen Verbundes durch Abminderung des Steineranteiles des Trägheitsmomentes mit dem Nachgiebigkeitsfaktor γ zugrunde gelegt.

Der Faktor γ beinhaltet das Verhältnis der Biegesteifigkeit des anzuschließenden Bauteils und die Federsteifigkeit des Verbindungsmittels.

γ -Verfahren

In der Holzbaubemessung wird zur Ermittlung der wirksamen Biegesteifigkeit das γ -Nährungs-Verfahren verwendet.

γ ist hierbei der Abminderungsbeiwert für den steinerschen Biegesteifigkeitsanteil und resultiert aus der geschlossenen Lösung eines das Tragverhalten beschreibenden Differentialgleichungssystems.

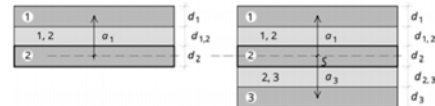
γ-Verfahren

Voraussetzungen:

- Statisch bestimmter Einfeldträger
- Sinusförmige Belastung
- Konstante Querschnitte (max. 3 Teilquerschnitte)
- Gültigkeit der Bernoulli-Hypothese in den Teilquerschnitten
- Kontinuierlicher, konstanter Verbund
- Vernachlässigung der Schubverformung der Teilquerschnitte

Für den baupraktisch relevanten Fall der Gleichlast bildet das γ-Verfahren eine gute Näherung. Auch Schnitt- und Verformungsgrößen an Durchlaufträgern und Kragarmen können unter Berücksichtigung der Momentennullpunkte näherungsweise ermittelt werden.

γ-Verfahren



$$\gamma_i = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 * E_i * A_i}{l^2 * c}\right)}$$

Mit $c = \frac{b * G_R}{d}$ für flächigen Verbund

Oder $c = \frac{K_i}{s_i}$ für Verbund mit stiftförmigen Verbindungsmitteln

$$\gamma_2 = 1$$

$$a_2 = \frac{\gamma_1 * E_1 A_1 * \left(\frac{d_1}{2} + d_{1,2} + \frac{d_2}{2}\right) - \gamma_3 * E_3 A_3 * \left(\frac{d_2}{2} + d_{2,3} + \frac{d_3}{2}\right)}{\sum_{i=1}^3 \gamma_i * E_i A_i}$$

$$a_1 = \left(\frac{d_1}{2} + d_{1,2} + \frac{d_2}{2}\right) - a_2$$

$$a_3 = \left(\frac{d_2}{2} + d_{2,3} + \frac{d_3}{2}\right) + a_2 \quad (EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i * E_i A_i * a_i^2)$$

γ -Verfahren

Nachlaufrechnungen:

$$N_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} * \gamma_i * a_i * E_i A_i$$

$$M_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} * E_i I_i$$

$$\tau_{2,max,d} = \frac{V_{max,d} * (\gamma_3 * E_3 A_3 * a_3 + 0,5 * E_2 * b_2 * h^2)}{(EI)_{ef} * b_2}$$

Mit $h = a_2 + \frac{h_2}{2}$

$$t_{1(3),d} = \frac{V_{max,d} * \gamma_{1(3)} * E_{1(3)} A_{1(3)} * a_{1(3)}}{(EI)_{ef}}$$

Schubanalogieverfahren

Mit Hilfe des im Anhang D3 der DIN 1052 verankerten Verfahrens der Schubanalogie können die Spannungen in den einzelnen Schichten, unter Berücksichtigung der Schubverformung sowie des nachgiebigen Verbundes, in den jeweiligen Tragrichtungen bestimmt werden.

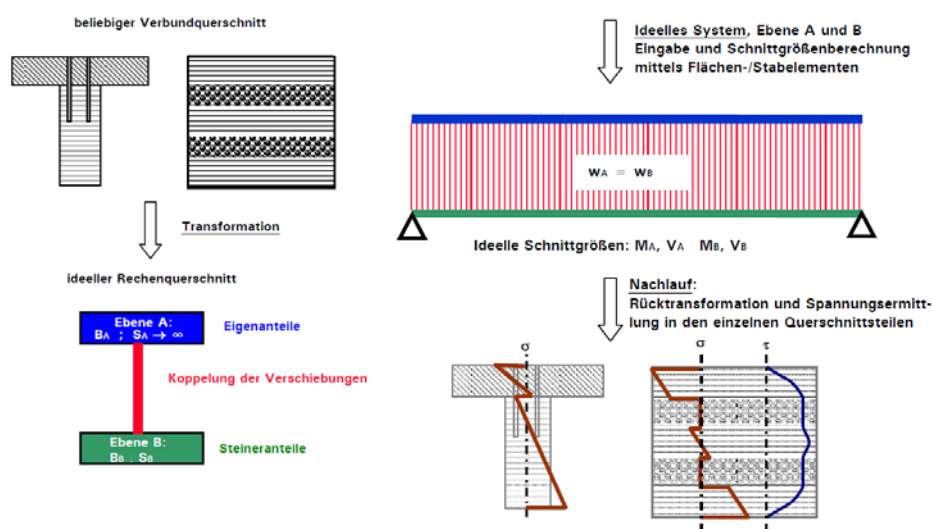
Um Spannungen aus Plattenbeanspruchungen zu ermitteln, muss zunächst der Verbundquerschnitt in den ideellen Rechenquerschnitt transformiert werden. Grundlage für die Transformation bilden die einzelnen Steifigkeitswerte des Verbundquerschnitts.

Schubanalogieverfahren

Die Anteile an der gesamten Biege- und Schubsteifigkeit des Verbundträgers wird auf zwei *Ersatzträger* – die Summe der beiden Einzelträger einerseits und die Verbundwirkung andererseits – *A* und *B* aufgeteilt. Die beiden Ersatzträger sind über dehnstarre Pendelstäbe gekoppelt. Damit weisen die Träger unter Belastung die gleiche Biegelinie auf.

Die Steifigkeit des Trägers EI_A errechnet sich also aus der Summe der Steifigkeiten der Einzelquerschnitte und Träger B erhält eine *Ersatzschubsteifigkeit* GA_B , die sich aus der Fugensteifigkeit c und den Schubsteifigkeiten der Einzelquerschnitte ergibt, und eine Biegesteifigkeit EI_B aus der Summe der Steiner-Glieder.

Schubanalogieverfahren



Schubanalogieverfahren

Ebene A ($B_{A,x}; S \rightarrow \infty$)

Ebene B ($B_{B,x}; S_{s,i}$)

Biegespannung (Eigenanteile) + Normalspannung (Steineranteile) => Längsspannungen

$$\sigma_{A,x,i} = \sigma_{m,x,i} = E_{x,i} \cdot \frac{m_{A,x}}{B_{A,x}} \cdot z_i \quad \sigma_{B,x,i} = \sigma_{c(i),x,i} = E_{x,i} \cdot \frac{m_{B,x}}{B_{B,x}} \cdot z_{s,i}$$

Eigenanteile + Steineranteile => Schubspannungen $\tau_{x,i}$

$$\tau_{A,x,i} = V_{A,x} \cdot \frac{E_{x,i}}{B_{A,x}} \cdot \left(\frac{z_i^2}{2} - \frac{d_i^2}{8} \right) \quad \tau_{B,x,i} = \frac{V_{B,x} \cdot E_{x,i}}{B_{B,x}} \cdot z_{s,i} \cdot \left(z_i + \frac{d_i}{2} \right) + \tau_i^0$$

$B_B = \sum E_i A_i \cdot z_{S,i}^2$

$B_A = \sum E_i I_i$
 $S_A \rightarrow \infty$

$$S_B = \frac{1}{d_x^2} \left[\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{k_{x,i}} + \frac{d_1}{2 \cdot G_{xz,1}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{xz,n}} \right]^{-1}$$

DI M. Rinnhofer
TI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile

Schubanalogieverfahren

Nachlaufrechnungen:

$$M_{i,d} = M_{A,d} \frac{E_i I_i}{B_A}$$

$$N_{i,d} = \pm M_{B,d} \cdot \frac{E_i A_i \cdot z_{S,i}}{B_B}$$

$$\sigma_A = \sigma_{m,i,d} = \pm \frac{M_{i,d}}{I_i} \cdot z_i$$

$$\sigma_B = \sigma_{t/c,0,d} = \pm \frac{N_{i,d}}{A_i}$$

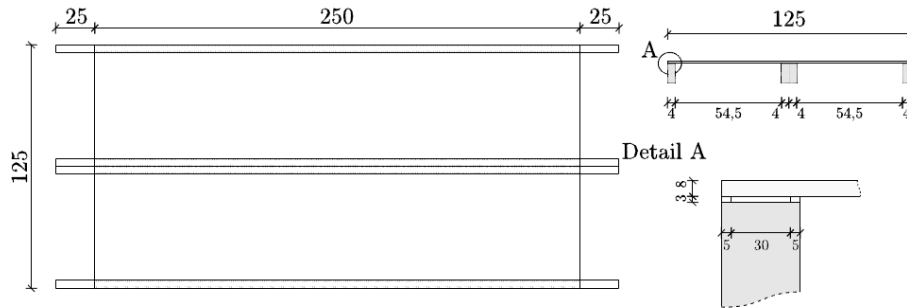
$$\sigma_{max/min} = \sigma_A + \sigma_B$$

DI M. Rinnhofer
TI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile

Beispiel:

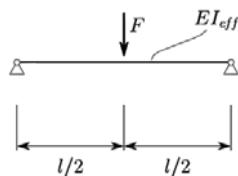
Glasplatte auf Rippen aus Kanthölzern, zwei Stück mittig, jeweils eine Rippe am Längsrand



an Anfang und Ende gelenkig gelagert; Belastung: Einzellast in Plattenmitte

Statisches System: Einfeldträger mit mittiger Einzellast

Beispiel:



Einwirkende Kraft und Schnittgrößen

$$F = 8,5 \text{ kN}$$

$$M_{max} = F \cdot l/4 = 8,5 \cdot 2,5/4 = 5,31 \text{ kNm}$$

$$V_{max} = F/2 = 8,5/2 = 4,25 \text{ kN} \quad (\text{entspricht Auflagerkraft})$$

Glasplatte Materialeigenschaften und Abmessungen

$$E_G = 70000 \text{ N/mm}^2$$

$$b_G = 125 \text{ cm}$$

$$t_G = 8 \text{ mm}$$

$$A_G = 125 \cdot 0,8 = 100 \text{ cm}^2$$

$$I_G = 125 \cdot 0,8^3/12 = 5,33 \text{ cm}^4$$

$$EA_G = 7000 \cdot 100 = 700000 \text{ kN}$$

$$EI_G = 7000 \cdot 5,33 = 37333 \text{ kNcm}^2$$

Klebefuge Materialeigenschaften und Abmessungen **Holz** Materialeigenschaften und Abmessungen

$$G_K = 2,0 \text{ N/mm}^2$$

$$b_K = 4 \cdot 3,0 = 12 \text{ cm}$$

$$t_K = 3 \text{ mm} \quad (\text{Dicke der Klebefuge})$$

$$h_{tot} = 0,8 + 0,3 + 10,0 = 11,1 \text{ cm}$$

$$a = h_{tot} - h_G/2 - h_H/2 = 5,7 \text{ cm}$$

$$E_H = 9041 \text{ N/mm}^2$$

$$b_H = 4 \cdot 4,0 = 16 \text{ cm} \quad (\text{Gesamtbreite aller vier Holzrippen})$$

$$h_H = 10 \text{ cm}$$

$$A_H = 10 \cdot 16 = 160 \text{ cm}^2$$

$$I_H = 16 \cdot 10^3/12 = 1333 \text{ cm}^4$$

$$EA_H = 904,1 \cdot 160 = 144656 \text{ kN}$$

$$EI_H = 904,1 \cdot 1333 = 1205467 \text{ kNcm}^2$$

Beispiel: γ -Verfahren

$$c = G * \frac{b_k}{t_k} = 2,0 * \frac{12}{0,3} = 80N/mm^2$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 * EA_G}{l^2 * t_G}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 * 700000}{250^2 * 8}} = 0,0675$$

$$a_H = \frac{\gamma_1 * EA_G * a}{\gamma_1 * EA_G + EA_H} = \frac{0,0675 * 700000 * 5,7}{0,0675 * 700000 + 144656} = 1,40cm$$

$$a_G = a - a_H = 5,7 - 1,4 = 4,30cm$$

$$(EI)_{ef} = EI_G + EI_H + \gamma_1 * EA_G * a_G^2 + EA_H * a_H^2 = \\ = 37333 + 1205467 + 0,0675 * 700000 * 4,3^2 + 144656 * 1,4^2 = 2399976kNcm^2$$

Beispiel: γ -Verfahren

Normalspannungen:

$$\sigma_{N,G} = -\frac{M}{(EI)_{ef}} * \gamma_1 * a_G * E_G = -\frac{531}{2399976} * 0,0675 * 4,3 * 70000 = -4,50N/mm^2$$

$$\sigma_{N,H} = \frac{M}{(EI)_{ef}} * a_H * E_H = \frac{531}{2399976} * 1,4 * 9041 = 2,80N/mm^2$$

$$\sigma_{M,G} = -\frac{M}{(EI)_{ef}} * \frac{h_G}{2} * E_G = -\frac{531}{2399976} * \frac{0,8}{2} * 70000 = -6,20N/mm^2$$

$$\sigma_{M,H} = \frac{M}{(EI)_{ef}} * \frac{h_H}{2} * E_H = \frac{531}{2399976} * \frac{10}{2} * 9041 = 10,00N/mm^2$$

$$\sigma_{max} = \sigma_{N,H} + \sigma_{M,H} = 2,80 + 10,00 = \mathbf{12,80N/mm^2}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_{N,G} + \sigma_{M,G} = -4,50 - 6,20 = \mathbf{-10,70N/mm^2}$$

$$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{(EI)_{ef}} * \gamma_1 * EA_G * a_1 * \frac{1}{b_k} = \frac{4,25}{2399976} * 0,0675 * 70000 * 100 * \frac{4,3}{12} = \mathbf{0,30N/mm^2}$$

Beispiel: Schubanalogieverfahren

$$a = 5,70\text{cm} \quad \text{siehe } \gamma\text{-Verfahren}$$

$$c = \frac{G_k}{t_k} = \frac{2,0}{3} = 0,667\text{N/mm}^3$$

Gewählte Materialeigenschaften für Berechnung der Schnittgrößen am Ersatzsystem im Stabwerksprogramm:

$$E_{cal} = 10000\text{N/mm}^2$$

$$G_{cal} = 7000\text{N/mm}^2$$

Querschnittswerte werden an das gewählte Material angepasst.

Beispiel: Schubanalogieverfahren

Träger A: Biegesteifigkeit und Querschnittswert

$$B_A = EI_A = EI_G + EI_H = 37333 + 1205467 = 1242800\text{kNcm}^2$$

$$I_A = \frac{EI_A}{E_{cal}} = \frac{1242800}{10000} = 1243\text{cm}^4$$

Träger B: Biegesteifigkeit, Ersatzschubsteifigkeit und Querschnittswerte

$$B_B = EI_B = a^2 * \frac{EA_G * EA_H}{EA_G + EA_H} = 5,7^2 * \frac{700000 * 144656}{700000 + 144656} = 3894972\text{kNcm}^2$$

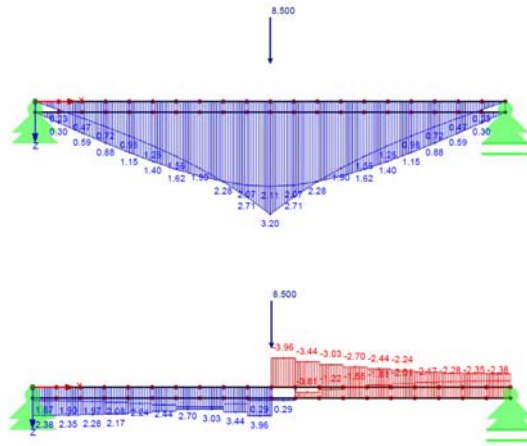
$$I_B = \frac{EI_B}{E_{cal}} = \frac{3894972}{10000} = 3895\text{cm}^4$$

$$S_B = GA_B = \left[\frac{1}{a^2 * b_k} * \left(\frac{1}{c_F} + \frac{d_G}{2 * G_G} + \frac{d_H}{2 * G_H} \right) \right]^{-1} =$$

$$= \left[\frac{1}{5,7^2 * 12} * \left(\frac{1}{0,667} + \frac{0,8}{2 * 2800} + \frac{10}{2 * 62} \right) \right]^{-1} = 246,8\text{kN}$$

$$A_B = \frac{S_B}{G_{cal}} = 0,353\text{cm}^2$$

Beispiel: Schubanalogieverfahren



$$M_{A,max} = 3,20kNm$$

$$M_{B,max} = 2,11kNm$$

$$V_A(x = 0) = 1,87kN$$

$$V_B(x = 0) = 2,38kN$$

$$w_{A,max} = 11,9mm$$

$$w_{B,max} = 11,9mm$$

DI M. Rinnhofer
TI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile



Beispiel: Schubanalogieverfahren

$$M_G = M_{A,max} \frac{EI_G}{B_A} = 3,21 * \frac{37333}{1242800} = 0,096kNm$$

$$M_H = M_{A,max} \frac{EI_H}{B_A} = 3,21 * \frac{1205467}{1242800} = 3,114kNm$$

$$N_G = -\frac{M_{B,max}}{a} = -\frac{2,11}{0,057} = -37,01kN$$

$$N_H = \frac{M_{B,max}}{a} = \frac{2,11}{0,057} = 37,01kN$$

Normalspannungen:

$$\sigma_{min} = \frac{N_G}{A_G} - \frac{M_G}{I_G} * z_G = -\frac{37,01}{100} - \frac{0,096 * 100}{5,33} * \frac{0,8}{2} = -1,091kN/cm^2 = -10,91N/mm^2$$

$$\sigma_{max} = \frac{N_H}{A_H} - \frac{M_H}{I_H} * z_H = \frac{37,01}{160} + \frac{3,114 * 100}{1333} * \frac{10}{2} = 1,399kN/cm^2 = 13,99N/mm^2$$

Schubspannung in der Verbundfuge:

$$\tau_{max} = \frac{V_B}{a} * \frac{1}{b_k} = \frac{2,38}{5,70 * 12} = 0,0348kN/cm^2 = 0,348N/mm^2$$

DI M. Rinnhofer
TI TU Wien

Holzbau II WS 14/15 Übung 1 - Verbundbauteile



Beispiel: Vergleich der Ergebnisse

	σ_{\max} [N/mm ²]	σ_{\min} [N/mm ²]	τ_{\max} [N/mm ²]	w_{\max} [mm]
γ -Verfahren	12,80	-10,70	0,300	11,53
Sa-Verfahren	13,99	-10,91	0,348	11,90

